

多孔介质中弥散参数的“瞬时剖面”求法

贾大林 张效先

(中国农业科学院 农田灌溉研究所)
(水利电力部)

MEASUREMENT OF DIFFUSION COEFFICIENT OF POROUS MEDIA BY MEANS OF INSTANT PROFILE METHOD

Jia Dalin and Zhang Xiaoxian

(Institute of Farmland Irrigation, Chinese Academy of Agricultural Sciences and Ministry of Power Industry)

近年来,很多学者对溶质在多孔介质中的运移机理做了详细研究^[1,2]。溶质在多孔介质中的运移是由孔隙中的对流以及溶质本身的热动力扩散引起的。水动力弥散是指溶质在多孔介质中的运移由两种作用引起,一是由于平均孔隙流速的宏观作用,二是由于各孔隙通道中流速分布相对于平均孔隙流速的不均匀性和溶质在运动过程中的热动力作用。对于饱和-非饱和介质,在一定假设条件下,通过理论分析得出溶质运移的基本方程为:

$$\frac{\partial(\theta C)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\theta D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (\theta V_i C) \quad (1)$$

式中 θ 为土壤体积含水率; D_{ij} 为水动力弥散系数张量的分量 (L^2T^{-1}); V_i 为平均孔隙流速分量 (LT^{-1}); C 为介质中的溶质浓度 (ML^{-3})。

很多学者对饱和带在理论和试验方法上的水动力弥散系数进行了深入研究。弥散系数依赖于平均孔隙流速和多孔介质的结构,为机械弥散系数和分子扩散系数之和:

$$D_{ij} = D_{ij}^p + D_{ij}^m$$

式中 D_{ij}^p 为机械弥散系数; D_{ij}^m 为分子扩散系数。分析表明^[2], D_{ij}^p 可以表示成:

$$D_{ij}^p = \alpha_T \delta_{ij} + (\alpha_L - \alpha_T) V_i V_j / V$$
$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2}$$

对一维问题, $D_{ij}^p = D_L$, D_L 为纵向弥散系数。很多试验表明, D_L 和 V 的关系为:

$$D_L = \alpha_L |V|^A \quad A \in [1, 1.4]$$

非饱和带中弥散系数的结构还不清楚,一般仍沿用饱和带中得出的结论^[3]。而参数的求法一般用优化技术,该法对初值的选取比较敏感。下文给出一种近似方法——瞬时剖面法。

一、瞬时剖面法的基本原理

一维情况下,方程(1)变成:

$$\frac{\partial(\theta C)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\theta D \frac{\partial C}{\partial X} \right) - \frac{\partial}{\partial X} (\theta V C) \quad (2)$$

引入质量通量:

$$Q = -\theta D \frac{\partial C}{\partial X} + \theta V C \quad (3)$$

则:

$$Q(x, t) = Q(x_0, t) - \int_{x_0}^x \frac{\partial Q}{\partial \eta} d\eta$$

在区间 $[t_i, t_{i+1}]$ 上积分, 并利用关系式 $\frac{\partial(\theta C)}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial X}$, 和方程(3), 最后得:

$$D \Big|_x^{t_{i+1}} = \frac{qC \Big|_x^{t_{i+1}} + \int_{x_0}^x (\theta C|_{t_{i+1}} - \theta C|_{t_i}) d\eta - \tilde{Q} \Delta t}{\theta \frac{\partial C}{\partial X} \Big|_x^{t_{i+1}} \Delta t} \quad (4)$$

式中: X_0 为参考面, 该面上的质量通量已知, \tilde{Q} 为 X_0 面上的质量通量在 $[t_i, t_{i+1}]$ 上的平均值。 $\Delta t = t_{i+1} - t_i$, $q = \theta V$ 为达西流速。(4) 式中每一项均可利用实测资料计算。

二、算 例

利用放射性同位素 ^{131}I 曾对水分及盐分在土壤中的运动进行过试验研究¹⁾ 土壤的容水度和水力传导度分别为:

$$C_w(h) = 2.5|h|^{-3.5} \exp[-1.5 \times 10^{-8}|h|^{4.5}]$$

$$K(h) = 0.7 \exp[-5 \times 10^{-8}|h|^{4.5}]$$

图 1 为水分特征曲线, 图 2 为相对含盐量分布曲线, 它是这样得到的: 土柱初始含 NaI 晶体, 之后在土柱底部供水, 水位保持在土柱底部。

由于试验没有测出水分的变化过程, 只好利用数值法求含水率及流速分布。水分运动方程为:

$$C_w \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X} \left[K \left(\frac{\partial h}{\partial X} + 1 \right) \right] \quad (5)$$

$C_w = \frac{\partial \theta}{\partial X}$ 为土壤容水度。初始条件及边界条件为:

$$\phi|_{t=0} = -80 \text{ 厘米 } X \in [0, 80]$$

$$-K \left(\frac{\partial h}{\partial X} + 1 \right) \Big|_{x=80} = 0$$

$$h|_{x=0} = 0$$

用 Galerkin 有限元素法对方程(5)离散, 得方程组:

$$\{A\} \frac{dh}{dt} + \{B\}h = F + K \frac{\partial h}{\partial X} \phi_i \Big|_L$$

1) 贾大林、付正泉、刘振英, 1985: 利用同位素示踪和数值模拟研究土壤水盐运动, 国际盐碱土改良学术讨论会论文集。

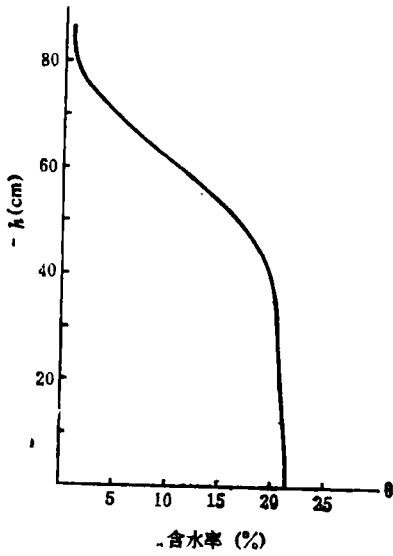
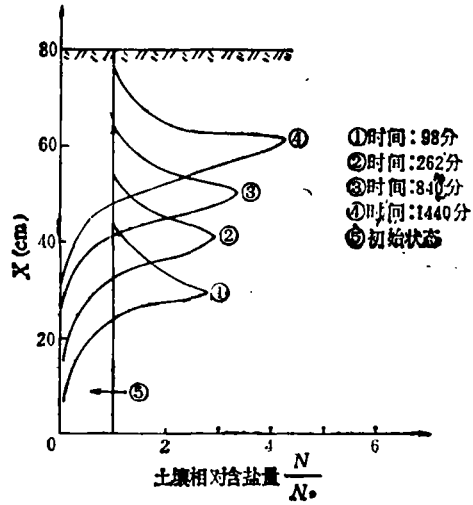


图1 水分特征曲线



注: N_0 为原始放射强度, N 为放射强度。

图2 土壤盐分上移过程

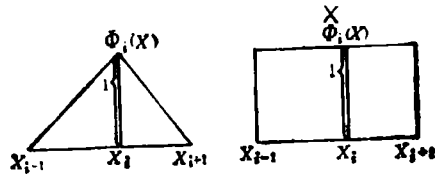


图3 $\phi_i(x), \hat{\phi}_i(x)$ 函数形状

$$h = [h_0, h_1, h_2, \dots, h_n]^T \quad A = \sum_i \int_{x_i} C_w \hat{\phi}_i \phi_i dx$$

$$B = \sum_i \int_{x_i} K \frac{\partial \phi_i}{\partial X} \frac{\partial \phi_i}{\partial X} dx \quad F = \sum_i \int_{x_i} \frac{\partial K}{\partial X} \phi_i dx$$

$i, j = 0, 1, 2, \dots, n$

利用隐式差分格式,以预估-校正法处理非线性。 $\hat{\phi}_i, \phi_i$ 见图3

在试验中,土壤含有结晶盐,方程(1)左端 $\frac{\partial(\theta C)}{\partial t}$ 应换成 $\frac{\partial N}{\partial t}$ 。 N 为单位土体中的总含盐量, $N = \theta C + G$, G 为单位土体中的结晶盐含量,浓度 $C = (N - G)/\theta$, $\frac{\partial G}{\partial t} = \beta(C_m - C)C_m$ 为 NaI 的饱和浓度。

略去分子扩散系数,通过计算得弥散系数和平均孔隙流速的关系为:

$$D = 1.5 |V|^{1.2}$$

本文仅就一组试验结果进行了分析计算,影响弥散参数的因素很多,如何运用到实际问题中,需进一步研究。

参 考 文 献

[1] Scheidegger A. E. (王鸿勋等译), 1974: 多孔介质中的渗流物理。石油工业出版社。
 [2] Bear, J., 1972: Dynamics of Fluids in Porous Media. American Elsevier, New York.
 [3] Pinder, G. F. and Gray, W. G., 1977: Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology. Academic Press, New York.