

土壤水分动态的随机模拟研究*

康绍忠

(西北农业大学水利系)

摘 要

本文把随机模拟方法应用于土壤水分的定量研究之中,并假定土壤水分的变化序列满足时间序列的通用加法模型。经检验证明:土壤水分变化序列由一确定的周期分量与非确定的随机分量迭加而成。周期分量反映了气候的周期性波动和作物需水对土壤水分变化的影响,随机分量则反映了随机性的气候波动对土壤水分的影响,经对陕西武功、山西永济和陕西扶风三站土壤水分变化过程的模拟,其结果表明,该方法能以较高精度预测或模拟土壤水分在长时期内的动态变化过程,为采取灌溉排水和蓄水保墒等调节农田土壤水分的技术措施提供科学依据。

一、引 言

过去对土壤水分动态有过许多研究,如考斯加可夫^[1]、菲利浦^[2]等曾提出过一些土壤水分增长或消退过程的预报模式;希勒尔^[2]也曾进行过土壤水动力学的计算机模拟;汉克斯等人^[4]曾用一维蒸腾——土壤水模型模拟了苜蓿地不同深度的土壤水分随时间的变化过程;作者^[3]也曾对旱地土壤水分动态进行过初步的模拟研究。但所有的这些研究都是把土壤水分变化作为确定性过程,然后探讨土壤水分变化与时间,或与气温、降雨等气象因素之间的关系建立确定性的模型,这对于研究土壤水分变化与其影响因素之间的物理机制及短时期内随时间变化的消长规律是必不可少的途径;但要用于预报则会产生较大的误差,这是因为气象因素(降雨)的变化是随机的,主要受其影响的土壤水分的变化也包含有随机成份而致。在长时期内土壤水分的变化应为确定性与随机性两部分的组合。因此,本文将考虑土壤水分变化的随机性特点,用随机模拟方法来探讨土壤水分在长时期内随时间的变化规律,提供较为准确的模拟与预测方法,以满足农业生产实践的需求。

二、土壤水分动态随机模拟方法的数学描述

土壤水分随时间的变化具有如下三个特点:其一是由于作物需水规律和气候的周期变化,使土壤水分的变化呈周期性;其二是由于某些随机的气候波动,使土壤水分的变化在不同年份的相同阶段并不相同;其三是由于气候的趋势变化或生态环境的变迁,使土壤水

* 本文承蒙熊运章教授审阅,在此表示感谢。

分在不同年份呈趋势性的上升或迭减。这一变化规律能用时间序列的通用加法模型表示如下^[7,8]：

$$\theta(t) = f(t) + p(t) + s(t) \quad (1)$$

式中 $\theta(t)$ 为时间 $t(t = 1, 2, 3, \dots, N)$ 时某点(某一深度处或某一土层内)的土壤含水量, $f(t)$ 为土壤水分随时间而变化的趋势分量, $p(t)$ 为周期分量, $s(t)$ 为随机分量, N 为土壤水分变化时间序列的样本数。

1. 趋势分量 $f(t)$ 其处理方法是选用一些常见的简单曲线函数对 $\theta(t)$ 序列进行拟合, 在一定显著水平下由计算机选择 $f(t)$ 最佳拟合函数作为趋势项。如果一个也没有选上, 就认为土壤水分时间序列无趋势变化或趋势变化不显著。在有趋势变化的情况下, 扣除趋势项后再对周期项进行分析, 即:

$$y(t) = \theta(t) - f(t) \quad (2)$$

2. 周期性分量 $y(t)$ 可用傅氏级数展开如下:

$$y(t) = A_0 + \sum_{k=1}^m \left(A_k \cos \frac{2k\pi t}{p} + B_k \sin \frac{2k\pi t}{p} \right) \quad (3)$$

式中 p 为变化周期, k 为谐波号码, m 为有效谐波数, $1 \leq m \leq p/2$, A_0, A_k, B_k 为傅氏系数, 用下面的方法确定:

$$\left. \begin{aligned} A_k &= \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N \left[y(t) \cdot \cos \frac{2k\pi t}{p} \right] \quad (a) \\ B_k &= \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N \left[y(t) \cdot \sin \frac{2k\pi t}{p} \right] \quad (b) \\ A_0 &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [y(t)] \quad (c) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

为了确定有效谐波数 m , 先经周期性检验确定 p , 然后由下列近似方法选择 m 值^[9]: 即令 $S^2(\theta_i)$ 表示旬平均含水量 θ_i 的方差, $\text{Var}(hk) = (A_k^2 + B_k^2)/2$ 是相应于谐波 k 的均方值或方差。定义:

$$\Delta P_k = \text{Var}(hk) / S^2(\theta_i) \quad (5)$$

ΔP_k 累加为: $P_i = \sum_{k=1}^i \Delta P_k (i = 1, 2, \dots, m)$, 这里的 m 从理论上说为 $P/2$ (P 为偶数) 或 $(P-1)/2$ (P 为奇数) 但在实用中只从前 6 个谐波选择就足够了。确定 m 的两个界限值给出如下:

$$P_{\min} = \alpha \sqrt{p/n} \text{ 与 } P_{\max} = 1 - P_{\min} \quad (6)$$

式中 P 为周期, n 为样本序列的年数, α 为选定的某一适当的显著水平。

若 $P_i < P_{\min}$, 则无显著谐波; 若 $P_i > P_{\max}$ 则首先超过 P_{\max} 值的 P_i 的 j 值为显著谐波数 m ; 若 $P_{\min} \leq P_i \leq P_{\max}$, 则所有的 6 个谐波都是有效的。确定有效谐波数 m 后, 仅对这些有效谐波用式 (3) 计算周期分量 $P(t)$, 把计算的 $P(t)$ 从 $y(t)$ 中减去, 然后进一步分析随机分量 $s(t)$ 。

3. 随机分量 随机分量的处理方法是首先把土壤水分变化序列的随机项进行标准处理:

$$E(t) = \frac{s(t) - \overline{s(t)}}{\sigma} \quad (7)$$

式中 $E(t)$ 为标准化的随机分量, 其均值为零, 方差为 1; $\overline{s(t)}$ 与 σ 分别为土壤水分变化随机分量的均值和方差。

根据马尔柯夫原理, t 时间的随机分量可由它前面若干时段的随机分量的加权总和来表示, 即:

$$E(t) = \sum_{k=1}^p \phi_{p,k} \cdot E_{t-k} + a_t \quad (8)$$

由 (8) 式表示的模型称为 p 阶自回归模型 $AR(p)$ 。确定该模型的主要程序在于选择模型阶数 p 和估算自回归系数 $\phi_{p,k}$ 。

自回归模型阶数 p 由计算所有滞后 (t) 的自相关系数 $r(t)$, 与用 Bartlett 近似公式^[5,6] 确定的相关显著界限值比较, 把显著者纳入方程。自相关系数是这样确定的:

$$r(t) = \frac{\frac{1}{N-t} \sum_{i=1}^N (E_i - \mu)(E_{i+t} - \mu)}{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (E_i - \mu)^2} \quad (9)$$

式中 μ 为 E_i 序列的数学期望值。若经检验, 在相关显著界限值以上的自相关系数有 $r(1) r(2) r(3) \cdots r(p)$, 则可由下面的自回归系数正则方程组解出 $\phi_{p,k}$, 即:

$$\begin{bmatrix} r(0) & r(1) & r(2) & \cdots & r(p-1) \\ r(1) & r(0) & r(1) & \cdots & r(p-2) \\ r(2) & r(1) & r(0) & \cdots & r(p-3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(p-1) & r(p-2) & r(p-3) & \cdots & r(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{p,1} \\ \phi_{p,2} \\ \phi_{p,3} \\ \vdots \\ \phi_{p,p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(1) \\ r(2) \\ r(3) \\ \vdots \\ r(p) \end{bmatrix} \quad (10)$$

求解出 $\phi_{p,1}, \phi_{p,2}, \cdots, \phi_{p,p}$, 再可由下式估算出 E_t :

$$E_t = \phi_{p,1} E_{t-1} + \phi_{p,2} E_{t-2} + \cdots + \phi_{p,p} E_{t-p} + a_t \quad (11)$$

于是独立的残差为:

$$a_t = E_t - \sum_{k=1}^p \phi_{p,k} E_{t-k} \quad (12)$$

然后对 a_t 进行判断检验。

三、随机模拟方法的数据分析

我们用上述方法模拟了陕西武功裸地(非灌溉)50厘米深度处和山西永济小樊站作物地(非灌溉)0—100厘米土层深度以及陕西扶风站作物地(灌溉水浇地)0—100厘米土层深度的土壤水分变化过程。三个地点的土壤均为中壤土, 0—100厘米平均容重: 武功为 1.40 克/厘米³、永济站为 1.45 克/厘米³、扶风站为 1.41 克/厘米³, 田间持水量分别为 23%, 23%, 22.8% (占干土重)。在实验小区内每旬(10天)观测一次土壤水分, 降雨前后加测(用标准烘干法测试)。模拟时选用了武功站 1962—1967 年的土壤含水量实测资料(每年

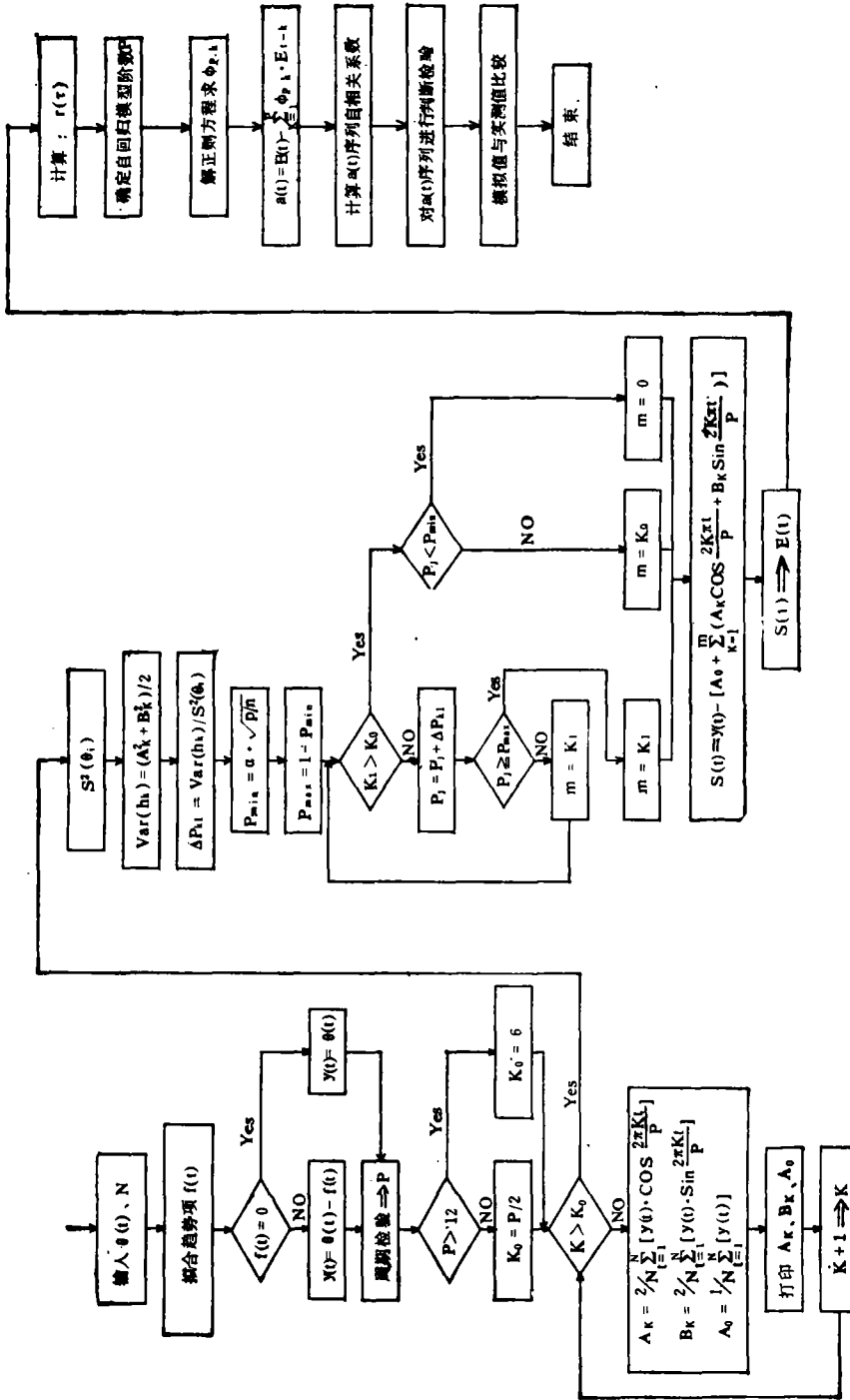


图 1 土壤水分动态随机模拟的程序框图
 Fig. 1 Flow chart of stochastic modeling for dynamic processes of soil moisture

36 旬, $N = 6 \times 36 = 216$); 永济小樊站作物旱地有 1981—1983 年冬小麦和 1982—1984 年玉米的土壤含水量实测资料(即 $N = 108$ 旬); 扶风站作物灌溉地有 1982—1983 年冬小麦和玉米的土壤含水量实测资料 ($N = 72$) 模拟时所采用的计算机程序框图如图 1 所示。经计算得如下结果:

1. 趋势分量 $f(t)$ 经计算机进行拟合分析, 武功、小樊与扶风三站的土壤水分时间序列趋势变化不显著, 即 $f(t) = 0$ 。

2. 周期分量 经周期性检验得土壤水分变化的周期以 $p = 36$ 旬最为明显。亦即农田土壤水分的变化是以一年为一周期, 从小麦 10 月初播种到玉米 9 月底收获, 这样一个土壤水分循环年调节周期中土壤水分的变化划分为蓄水和失水两大阶段, 呈马鞍型趋势。经分析所得傅氏系数值列于表 1。有效谐波数 m 的判定结果(表 2)。

表 1 三站的傅氏系数分析结果

Table 1 Results of Fourier coefficients of soil moisture series at three stations

站名 Stations	傅氏系数 Fourier coefficients	序号 k Number						
		0	1	2	3	4	5	6
武功	A_k	17.82	-0.509	-0.200	0.151	0.095	0.108	-0.092
	B_k		0.171	0.019	0.102	7.96×10^{-3}	-0.061	-1.78×10^{-3}
永济	A_k	16.29	-0.115	0.113	0.028	1.83×10^{-3}	-0.063	0.024
	B_k		0.033	0.215	-0.067	-3.24×10^{-3}	5.95×10^{-4}	-5.45×10^{-3}
扶风	A_k	17.66	0.177	0.461	0.072	0.394	0.100	0.478
	B_k		0.522	-0.135	-0.150	-0.135	-0.055	-7.60×10^{-3}

表 2 三站周期项中有效谐波 m 的判定结果

Table 2 Results of the number of significant harmonics of $p(t)$ at three stations

站名 Stations	项 目 Items								
	Δp_1	Δp_2	Δp_3	Δp_4	Δp_5	Δp_6	p_{\min}	p_{\max}	m
武功	0.0676	0.0307	0.0095	0.0078	0.0036	0.0030	0.122	0.878	6
永济	0.0967	0.0403	0.0201	0.0094	0.0049	0.0027	0.173	0.827	6
扶风	0.0680	0.0560	0.0400	0.0210	0.020	0.0160	0.212	0.788	6

3. 随机分量的处理 把 $s(t)$ 序列进行标准化处理, 永济站 $s(t)$ 序列的均值

$$\bar{s}(t) = 2.07 \times 10^{-3},$$

标准差 $\sigma = 2.96$; 武功站 $s(t)$ 序列的均值 $\bar{s}(t) = 3.74 \times 10^{-7}$, 标准差 $\sigma = 2.91$; 扶风站的均值 $\bar{s}(t) = 1.27 \times 10^{-6}$, 标准差 $\sigma = 1.48$ 。对 $E(t)$ 序列进行自相关分析。经检验判定: 永济站的 E_t 与其前面 5 个时段有关; 武功站的 E_t 与其前面 4 个时段有关。经检验筛选的自相关系数 $r(t)$ 列于表 3。将表 3 中的自相关系数值代入 (10) 式可求得 $\phi_{p,t}$, 其结果如表 4 所示。用 (12) 式确定残差项 a_t , 对 a_t 序列进行自相关分析求得滞后 t 的自相关系数(图 2)。从图 2 看出: a_t 序列的自相关系数 $r(t)$ 都在显著水平 $\alpha = 0.05$ 时的临界相关系数 r_{α} 临之内, 另据计算 $\sum_{t=1}^N = 0$ 。因此, a_t 序列是独立的残差过程。该

表 3 经筛选检验的 E_t 序列的自相关系数Table 3 Results of the autocorrelation coefficients, $r(t)$, larger than the level of significance

站名 Stations	$r(t)$				
	$r(1)$	$r(2)$	$r(3)$	$r(4)$	$r(5)$
永济	0.9350	0.8255	0.6817	0.5214	0.3477
武功	0.7593	0.5394	0.3407	0.2023	—
扶风	0.6567	0.4148	0.3309	—	—

表 4 自回归系数 $\phi_{p,A}$ 的解算结果

Table 4 Results of autoregression coefficient at three stations

站名 Station	$\phi_{p,A}$				
	1	2	3	4	5
永济	1.149	-0.070	-0.135	0.055	-0.143
武功	0.8170	-0.014	-0.086	-0.004	—
扶风	0.6813	-0.1157	0.1250	—	—

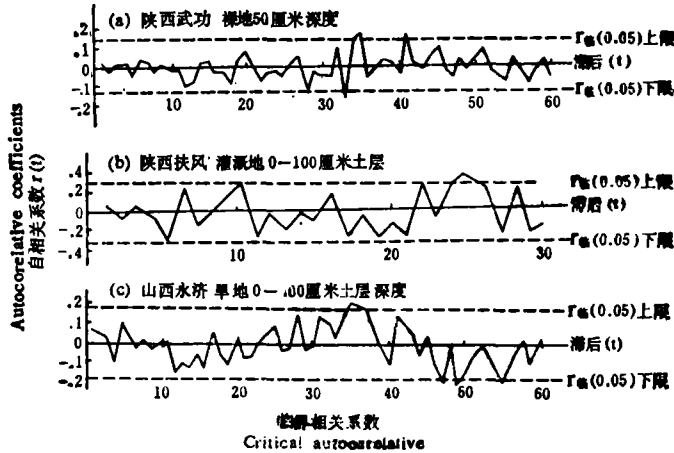
图 2 土壤水分变化序列残差过程 a_t 的自相关图

Fig. 2 Correlogram of residual differences of soil moisture series with 95% tolerance limits

模型能较好地代表土壤水分动态变化过程。

四、随机模拟方法的初步应用

用该方法模拟了陕西武功、山西永济和陕西扶风三站的土壤水分变化过程后,并进一步与实测值进行对比,其结果如图 3。据计算:武功站的模拟值中相对误差,即等于[模拟值-实测值/实测值]×100%,其中有 123 旬相对误差小于 ±5%,198 旬的相对误差在 ±10% 之内;永济站中有 81 旬的相对误差在 ±5% 的范围内,有 98 旬的相对误差小于 ±10%;而扶风站模拟值的相对误差小于 ±5% 的旬数占 69.44%,小于 ±10% 的

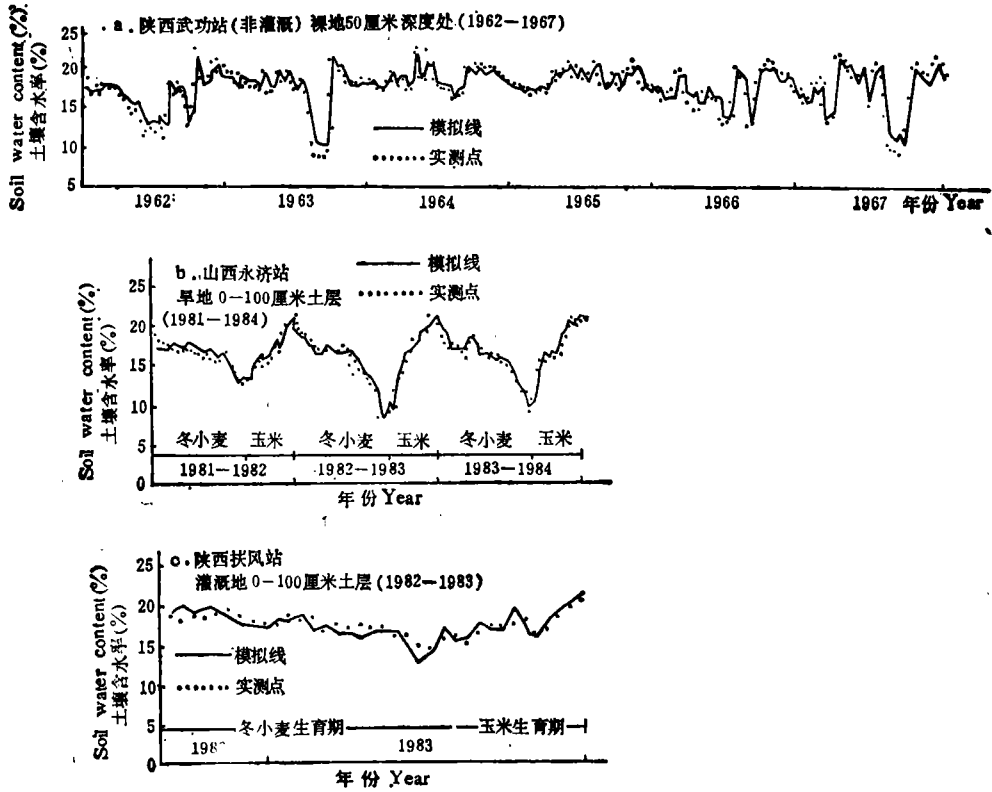


图3 土壤水分变化过程的模拟值与实测值比较

Fig. 3 Comparison between soil water content estimated by the stochastic model and soil water content measured

旬数占 91.67%。

除此之外, 我们还用 1962—1967 年资料建立的模型预测了武功站 1968—1970 年的裸地 50 厘米深度处的土壤含水量, 并与实测值进行了对比(图 4)。从图 4 中可看出: 预测值和实测值之间较为一致。据统计在 108 旬预报值中相对误差小于 $\pm 5\%$ 的占 56.48%, 小于 $\pm 10\%$ 的占 84.26%。因此, 该方法的模拟精度是较高的, 它既适合于非灌溉的旱地, 又适合于灌溉地; 既适合种作物的农田, 亦适合于不种作物的裸地。该方法的最大优点是能用于预报未来时段的土壤含水量, 即用 t 时刻以前一个或几个时段的实测土壤水分资料预测 t 时段的土壤水分, 而且有一定的精度保证, 能满足灌溉排水和蓄水保墒等农业生产实践的需求。

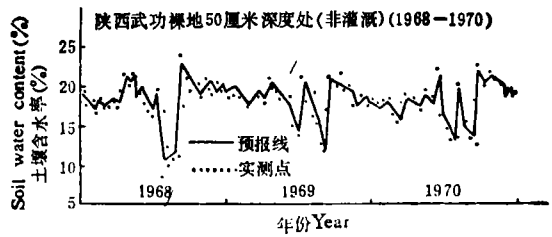


图4 武功站土壤水分变化的预报值与实测值比较
Fig. 4 Comparison between forecasted by the stochastic model and soil water content measured

五、结 语

本文把随机模拟方法应用于土壤水分的定量研究之中，经模拟和预测的结果表明该方法能以一定的精度来模拟或预测土壤水分在长时期内的动态变化过程，为采取灌溉排水和蓄水保墒等调节农田土壤水分的技术措施提供依据。

土壤水分变化序列无趋势变化，即由周期分量与随机分量两部分组成。该随机模拟方法适合于旱地、灌溉地、裸地和作物地；也适合于某一深度处或某一土层内的土壤水分变化的模拟。

在应用该方法时要注意选择准确的有效谐波数和自回归模型的阶数；否则会影响模拟或预报的精度。

参 考 文 献

- [1] 施成熙、栗宗嵩，1984：农业水文学。p201—208，农业出版社。
- [2] 希勒尔(罗焕杰等译)，1980：土壤水动力学的计算机模拟。农业出版社。
- [3] 康绍忠，1987：旱地土壤水分动态模拟的初步研究。农业气象，第8卷，第2期。
- [4] Hanks R.J. and Hill, R. W. 1980: Modeling crop responses to irrigation. in "Relation to Soils, Climate and Salinity". International Irrigation Information Center
- [5] Box, G. E. P., and Jenkins, G. M., 1976 Time Series Analysis, Holden-Day Inc. San Francisco.
- [6] Shumway, R. H., 1976: Applied time Series Analysis. Davis, University of California.
- [7] Gupta R. K. and Chauhan, H. S. 1986: Stochastic Modeling of Irrigation water requirements. Journal of Irri. and Drain. Eng., Vol., 112, No. 1.
- [8] Shen, H. W. 1976: Stochastic approaches to water resources. Vol. 1, Fort Collins, Colorado.

STOCHASTIC MODELING OF DYNAMIC PROCESS OF SOIL MOISTURE

Kang Shaozhong

(Northwestern Agricultural University)

Summary

In this paper, stochastic approach is applied to research soil moisture quantitatively, and it is supposed that the soil water series can be represented by a general additive model and it is proved that soil moisture series is supported by a periodic-deterministic process and a stochastic component. The periodic component is the effect of climate periodic fluctuation and crop evapotranspiration, and the stochastic component is the effect of stochastic fluctuation of climate on soil moisture. Results of modeling the soil water process at Wugong, Shanxi, Yongji Shanxi, Fufeng, Shanxi has demonstrated that this method for modeling soil water content series is of higher precision.