

# 土壤含水量和容重的空间变异 及其分形特征\*

龚元石 廖超子 李保国

(中国农业大学土壤和水科学系, 北京 100094)

## 摘要

在小区面积为  $7.5\text{m} \times 7.5\text{m}$  的冬小麦农田, 用烘干法和时域反射仪分别测定了表层  $0-15\text{cm}$  土壤重量含水量 ( $\theta_g$ ) 和体积含水量 ( $\theta_v$ ), 并用  $\theta_v / \theta_g$  求得土壤的容重 ( $\rho$ )。小区内测定网格单元为  $0.5\text{m} \times 0.5\text{m}$ 。根据测定结果, 用常规统计方法计算了均值、平均差、标准差、变异系数等传统统计特征值, 并指出了用该方法表示土壤特性引起的困惑。在此基础上, 将分形理论与地统计学原理相结合, 计算了  $\theta_g$ 、 $\theta_v$ 、 $\rho$  的分形维数, 分别为  $1.58-1.75$ 、 $1.67-1.75$ 、 $1.77-1.83$ 。研究表明, 土壤并非具有理想分形特征的介质, 它只是在一定的空间尺度内才具有分形特征。

**关键词** 土壤含水量, 容重, 空间变异, 分形

人们早就认识到土壤是一个时空变异连续体。田间实测结果表明, 土壤特性在不同空间位置上存在明显的差异, 即土壤特性的空间变异性<sup>[1]</sup>。自 70 年代以来, 土壤特性的空间变异或其它农田特征空间特性变异的定量化研究一直是关注的一个热点<sup>[2,3]</sup>。早期的研究一般采用小区随机排列和随机采样等手段来消除空间变异对试验结果的影响。实际上, 由于对农田或土壤的空间结构缺乏深入了解, 可能会影响采样的有效性及试验结果的可靠性。

Burrough<sup>[4,5]</sup> 首先将 Mandelbrot<sup>[6]</sup> 提出的分形 (Fractal) 和分维 (Fractal dimension) 概念应用到自然生态和环境学科领域。Armstrong<sup>[7]</sup>、Tyler 和 Wheatcraft<sup>[8]</sup> 等进一步对土壤特性 (土壤结构和土壤孔隙通道) 的分形特征进行了研究, 但目前国内这方面研究的报道才刚开始<sup>[9]</sup>。

本文拟将分形理论与地统计学原理相结合, 目的是把土壤特征值空间变异性的复杂程度进行定量化, 对土壤的重量含水量 ( $\theta_g$ )、体积含水量 ( $\theta_v$ ) 和容重 ( $\rho$ ) 在不同空间尺度上的分维的变化特征进行分析和讨论, 为处理农田特性乃至一个生态区的田间试验取样间距及取样数目的确定提供参考和科学依据。

\* 国家自然科学基金重大项目的部分内容和青年基金项目, 项目批准号分别为 49391600 和 49401008。

收稿日期: 1996-02-17; 收到修改稿日期: 1997-05-18

# 1 基本理论

## 1.1 半方差函数及其分形维数

1.1.1 半方差函数 半方差函数又称半变异函数,它是描述土壤特性空间变异结构的一个函数。进行半方差分析时,必须以内蕴假设(intrinsic hypothesis)为前提,即假设某区域化变量  $Z(x)$  的均值稳定,方差存在且有限,该值仅和间距有关,则半方差函数可定义为区域化变量增量的方差<sup>[12]</sup>,其一般表达式为:

$$r(h) = \frac{1}{2} E \{ [Z(x) - Z(x+h)]^2 \} \quad (1)$$

由于  $r(h) = 1 / 2 \text{var}[Z(x) - Z(x+h)]$ ,故称  $r(h)$  为该参数间距为  $h$  的半方差函数,计算式为:

$$r(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i+h) - Z(x_i)]^2 \quad (2)$$

式中  $h$  是样本间距,又称滞后距 Lag,  $N(h)$  是间距为  $h$  的样本对数。

1.1.2 分形维数的估算 概括地说,分形或分数维就是没有特征尺度的自相似结构。自然界各种现象中,如地震、湍流、气候等都有这种特征<sup>[10,11]</sup>。这些现象从表面上看似乎是无序的,实际上却存在着规律性。尽管分形对象是复杂的,但仍可找到不变测度—分形维数(简称分维),分维值( $D$ )的大小是事物复杂程度的一种量度。由于土壤是一个不均一的复合体,它与母质、气候、水文、地形和生物等诸多因素相互作用,导致土壤特性参数值在空间表现为很不规则,呈随机性,这种情形适于用分数维布朗运动或函数这类随机分形来度量<sup>[4,5,13]</sup>。

用布朗运动来近似表示土壤变异,则其一维半方差函数定义为:

$$2r(h) = E\{[Z(x) - Z(x+h)]^2\} = h^{2H} \quad (3)$$

式中:  $Z(x)$ 、 $Z(x+h)$  分别为  $x$ 、 $x+h$  处的测定值,  $h$  为间距(Lag),  $H$  为幂指数。

对于布朗运动,幂指数  $H$  等于 0.5,而对土壤特性变异,  $H$  的取值范围为 0—1.0。随着  $H$  的增加,土壤特性变异性逐渐减弱。这些布朗运动的分形维数由式  $D = 2 - H$  给出<sup>[5,13]</sup>。

由式(2),改变一对数据的间距,得到对应的半方差值,把半方差和间距绘到双对数坐标纸上。对于分形曲线,  $\text{Log}r(h)$  与  $\text{Log}h$  存在着线性关系,用最小二乘法进行线性回归,得到回归直线的斜率  $m$ 。分形维数  $D$  可用下式的估算:

$$D = \frac{1}{2} (4 - m) \quad (4)$$

分维值  $D$  表征样本之间的结构性。  $D$  值越小,表示样本之间土壤特性值的差异越大,即均一程度越差;相反,  $D$  值越大,表示样本之间土壤特性值的差异越小,即均一性程度越好。

## 2 试验布置

### 2.1 试验地概况

试验小区位于中国农业大学西校区科学园内,地处华北平原北部山前冲积平原区,为暖温带半湿润大

陆季风气候区,东经 116.3°,北纬 39.95°,年平均气温 11.5℃,年平均降水量 630mm,降水主要集中于夏季(6—8月),夏季降水占年降水量的 70—80%,土壤类型为草甸褐土,地下水埋深 14m,1m 土层土壤质地为轻壤土至粘壤土,表层 0—15cm 为壤土。

## 2.2 试验布置与测定方法

试验区内种植冬小麦,在试区内共选择了 3 个小区,测定方法如表 1。

3 个相邻小区中 2 个小区面积 7.5m × 7.5m,小区 III 面积 7.0m × 7.0m,小区内测定网格单元为 0.5m × 0.5m,每网格单元内土壤重量含水量和体积含水量的测定有两个重复。重量含水量( $\theta_g$ )用土钻取土,取土深度 0—15cm,烘干法测定。体积含水量( $\theta_v$ )用时域反射仪(TDR)测定,探针长 15cm,测定土层深度 0—15cm。已有研究表明<sup>[14]</sup>,在相同的土层深度范围内,用 TDR 测定的土壤体积含水量与烘干法测定的重量含水量之比求得的土壤容重与田间实测土壤容重基本一致,因此,本项试验的土壤容重采用  $\rho = \theta_v / \theta_g$ 。

表 1 试验布置及测定方法

Table 1 Test arrangement and measuring method

试验地点 Test site	测定时间 Measuring time	相邻两点间距 $h$ (m) Distance between two neighbouring points	测点数 No. of test points	备注 Note
小区 I	1996.3.26 (返青期)	0.5	210	
小区 II	1996.4.26 (抽穗期)	0.5	210	
小区 III	1996.5.26 (灌浆期)	0.5	196	灌水后

## 3 结果与讨论

### 3.1 土壤特性的传统统计值

表 2 是 3 个小区的  $\theta_g$ 、 $\theta_v$ 、 $\rho$  的传统统计值。以小区 II 为例, $\theta_g$ 、 $\theta_v$ 、 $\rho$  的均值分别为: 12.18%、18.53%、1.53,而从测定结果看(图 1),  $\theta_g$ 、 $\theta_v$ 、 $\rho$  的变化范围分别为: 9.45—15.14%、13.65—23.6%、1.15—1.88,测定值变异很大,而表 2 中其它统计值都与均值有关,

表 2 有关土壤特性的统计特征值

Table 2 The statistical results of some soil properties

小区号 Plot No.	测定时间 Measuring time	测定项目 Measuring item	均值 Mean	平均差 Average deviation	方差 Variance	标准差 Standard deviation	变异系数 Coefficient of variation
I	1996.3.26	$\theta_g$ (g/g)	$18.35 \times 10^{-2}$	$0.769 \times 10^{-2}$	$0.920 \times 10^{-4}$	$0.959 \times 10^{-2}$	0.052
		$\theta_v$ (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	$21.25 \times 10^{-2}$	$1.710 \times 10^{-2}$	$4.384 \times 10^{-4}$	$2.094 \times 10^{-2}$	0.099
		$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	1.16	0.098	0.014	0.119	0.103
II	1996.4.26	$\theta_g$ (g/g)	$12.18 \times 10^{-2}$	$0.911 \times 10^{-2}$	$1.267 \times 10^{-4}$	$1.126 \times 10^{-2}$	0.093
		$\theta_v$ (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	$18.53 \times 10^{-2}$	$1.410 \times 10^{-2}$	$3.215 \times 10^{-4}$	$1.793 \times 10^{-2}$	0.097
		$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	1.53	0.115	0.020	0.142	0.093
III	1996.5.26	$\theta_g$ (g/g)	$19.63 \times 10^{-2}$	$1.377 \times 10^{-2}$	$2.842 \times 10^{-4}$	$1.686 \times 10^{-2}$	0.086
		$\theta_v$ (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	$28.75 \times 10^{-2}$	$1.697 \times 10^{-2}$	$4.328 \times 10^{-4}$	$2.080 \times 10^{-2}$	0.072
		$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	1.47	0.068	0.007	0.085	0.058

因此,这些统计值只能在一定程度上反映样本总体,传统统计方法对土壤值的表达不能定量地刻画土壤特性的随机性和不规则性、独立性与相关性,要解释并进行定量化,必须进一步进行空间变异结构分析。

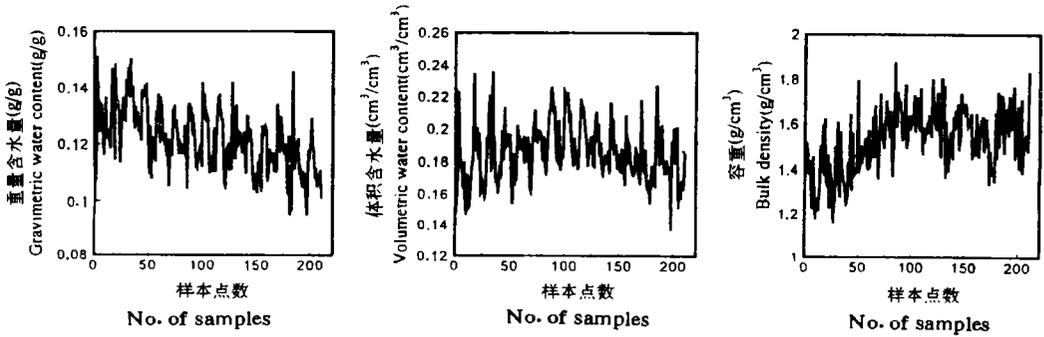


图1 连续样方序列中土壤特性实测值(小区II)

Fig.1 The measured values of some soil properties in continuous sampling series (plot II)

### 3.2 应用分形理论与地统计学原理相结合进行分形分析

在一个连续的断面上,若某土壤特性变量随距离的增加呈单调递增(或递减),则该变量具有严格的空问依赖性,对应的分维值  $D$  等于 1;若某变量的值是无可预知的,随着距离增加,其分布点占满整个  $x-y$  平面,那么这一变量在空问上是完全独立的,其对应的分维值  $D$  等于 2。大部分土壤特性值可能介于上述两种情况之间,其对应的分维值  $D$  介于 1—2 之间<sup>[4,5,11]</sup>。从图 1 可以看出,  $\theta_g$ 、 $\theta_v$ 、 $\rho$  值的变化曲线是随机的,粗糙的。曲线的复杂程度并不随距离的变化而变化,它在统计意义上却存在着自相似。因此,可将其看作是分形曲线。

在地统计学中,半方差图集中体现了作为尺度函数的变量与尺度之间的依赖变化情况。若两相邻样本与两个远距离样本的实测值没有差别,那么在不同尺度上的半方差  $r(h)$  也就没有差别,其半方差图将是水平的,对应的分维值  $D$  等于 2,表明该变量在连续尺度上是空问独立的;若半方差图是线性的,说明该变量具有统计自相似,即大尺度格局是小尺度格局的放大形式,分维值  $D$  不随尺度的变化而变化,可以说  $D$  是尺度的常数函数,说

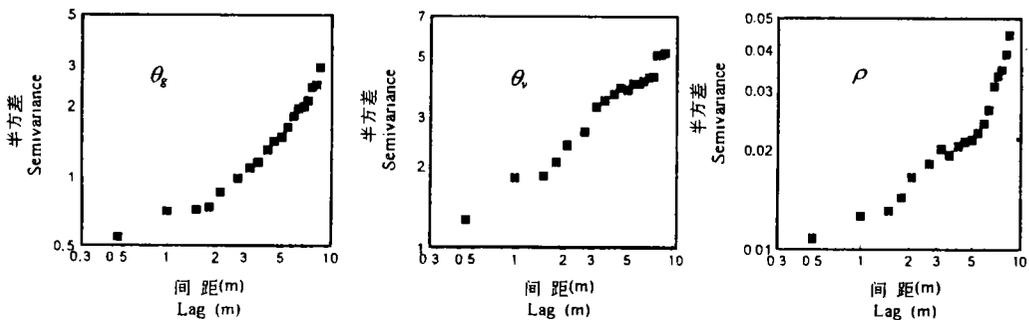


图2 土壤特性值的半方差图(小区II)

Fig.2 Semi-variance of some soil properties (plot II)

明变量是空间依赖的。

按(2)式求得半方差值,把一对数据的间距及其对应的半方差值,分别标绘在双对数坐标纸上,所得的半方差函数图如图2所示,间距 $h$ 只计距离,方向是任意的。一对数据的间距为0.5—9.5m。从图2可以看出在双对数坐标上,半方差与一定范围内的间距非常接近直线关系。用最小二乘法进行线性回归,得到回归直线的斜率 $m$ ,由(4)式可以估算出各土壤特性参数的分维值(表3)。

表3 有关土壤特性参数的分维值

Table 3 The fractal dimension of some soil properties

小区号 Plot No.	重量含水量 Gravimetric water content		体积含水量 Volumetric water content		容重 Bulk density	
	分维值 Fractal dimension	复相关系数 Multiple correlation coefficient	分维值 Fractal dimension	复相关系数 Multiple correlation coefficient	分维值 Fractal dimension	复相关系数 Multiple correlation coefficient
	I	1.75	0.96	1.75	0.99	1.77
II	1.64	0.99	1.75	0.96	1.83	0.95
III	1.58	0.98	1.67	0.98	1.78	0.99

从图2可以看出,在一定范围内, $\theta_g$ 、 $\theta_v$ 、 $\rho$ 各自的半方差与间距的关系基本上为幂函数关系,符合分形规律,说明它们在各自的无标度区内, $\theta_g$ 、 $\theta_v$ 、 $\rho$ 的变化的复杂程度基本一致,求得 $\theta_g$ 、 $\theta_v$ 、 $\rho$ 的无标度区(也即自相似范围)分别为:2—7m,0—5m,0—5m,各自的无标度区内求得的分维值分别为:1.58—1.75,1.67—1.75,1.77—1.83。

小区III的 $\theta_g$ 、 $\theta_v$ 的分维值低于其在I、II小区的分维值,说明灌水后,由于地表不平整,导致表层土壤含水量在空间分布的差异性增大,即均一性程度变差,分维值 $D$ 降低。另外,土壤容重 $\rho$ 的分维值略高于 $\theta_g$ 、 $\theta_v$ 的分维值,而 $D$ 值可表示土壤特性值在空间的不均一程度, $D$ 值较大,对应的土壤特性值分布较均匀,采样间距也可大些。因此,容重的取样间距可大于含水量的取样间距。

$\theta_g$ 、 $\theta_v$ 、 $\rho$ 的分维值 $D$ 都大于1.5,即幂指数 $0 < H < 0.5$ ,表明随着间距的增加, $\theta_g$ 、 $\theta_v$ 、 $\rho$ 各自的半方差之间是负相关,即将 $\theta_g$ 、 $\theta_v$ 、 $\rho$ 的半方差标准正态化后,这些值的半方差有正负值,并非单一的正值或负值。 $D$ 值越大,表明短距离的变异影响占主导地位。

从图2还可看出,土壤并不象布朗运动那样在所有标度范围内都具有自相似性的理想分形现象的介质。原因可能是其半方差并不总是随着间距增加而单调递增;分形规律只表现在某个范围内或呈多重分形特征,即其自相似性只在某个范围内出现,具有部分自相似性。在田间测定时,只有在自相似范围内测得土壤特性参数值的变异程度才一致。

## 4 结 论

1. 三个小区内的 $\theta_g$ 、 $\theta_v$ 、 $\rho$ 的分维值分别为1.58—1.75、1.67—1.75、1.77—1.83,容重的分维值略大于 $\theta_g$ 、 $\theta_v$ 的分维值。

2. 土壤并非具有理想的分形特征的介质,只在一定的空间范围内才具有分形特征,在本实验条件下, $\theta_g$ 、 $\theta_v$ 、 $\rho$ 的自相似范围分别为:2—7m、0—5m、0—5m。

3. 分维值可表示土壤特性在空间的不均一程度,分维值较大,其分布较均匀,采样间

距也可适当大些。容重的取样间距可大于含水量的取样间距。

### 参 考 文 献

1. 雷志栋, 杨诗秀等. 土壤水动力学. 北京: 清华大学出版社, 1988.
2. Hillel, D. Research in soil physics: a re-view. *Soil Sci.*, 1991, 151:30—34
3. Warrick A. W., Nielsen, D. R. Spatial variability of soil physics. In: Hillel, D. *Application of Soil Physics*, New York: Academic press, 1980, 319—344
4. Burrough P. A. The Fractal dimensions of land scapes and other environmental data. *Nature*, 1981, 294: 240—242
5. Burrough P. A. Multiscalar sources of spatial variability in soil variation. *Journal of Soil Science*, 1983, 34: 577—597
6. Mandelbrot B. B. *The Fractal geometry of nature*. San Francisco, Freeman. 1982.
7. Armstrong A. C. On the Fractal dimension of some transient soil properties. *Journal of Soil Science*, 1986, 37:641—652.
8. Tyler, S. W. and Wheatcraft, S. W. Application of fractal mathematics to soil water retention estimation. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 1989, 53: 987—996
9. 李保国. 分形理论在土壤科学中的应用及其展望. *土壤学进展*, 1994, 22(1): 1—10
10. 刘式达, 刘式适. 分形和分维引论. 北京: 气象出版社. 1993.
11. 辛厚文主编. 分形理论及其应用. 合肥: 中国科技大学出版社, 1993.
12. 华孟, 王坚主编. 土壤物理学. 北京: 农业大学出版社, 1992.
13. 王东生, 曹磊编著. 混沌、分形及其应用. 合肥: 中国科技大学出版社, 1995.
14. 龚元石, 李春友, 李子忠. 农田土壤水分三种测定方法的比较, *中国农业大学学报*, 1997, 2(3)

## SPATIAL VARIABILITY AND FRACTAL DIMENSION FOR SOIL WATER CONTENT AND BULK DENSITY

Gong Yuan-shi      Liao Chao-zi      Li Bao-guo

(*Department of Soil and Water Sciences, China Agricultural University, Beijing 100094*)

### Summary

Spatial variability and fractal dimension of soil water and bulk density were studied in a soil grown with winter wheat. The area of each plot was  $7.5\text{m} \times 7.5\text{m}$ . The measured grid unit was  $0.5\text{m} \times 0.5\text{m}$ . Two methods, soil sampling and time domain reflectometry, were employed to determine the gravimetric ( $\theta_g$ ) and volumetric ( $\theta_v$ ) water contents. Soil bulk density ( $\rho$ ) was calculated from  $\theta_v / \theta_g$ . The data were analyzed with both traditional and geographical statistical methods. Some difficulties were met with the traditional statistical technique. Combined with fractal theory, the fractal dimensions of  $\theta_v$ ,  $\theta_g$  and  $\rho$  were determined, being 1.58—1.75, 1.67—1.75, 1.77—1.83 respectively. Our results suggested that the soil was not a medium with theoretical fractal phenomenon, and the fractal features only existed in the range of specific space.

**Key words**      Soil water content, Bulk density, Spatial variability, Fractal