

# 推求土壤水分运动参数的简单入渗法\*

## I. 理论分析

邵明安

(中国科学院水土保持研究所黄土高原土壤侵蚀与旱地农业国家重点实验室, 陕西杨陵 712100)  
水利部

王全九

(中国科学院水土保持研究所, 杨陵 712100; 西安理工大学水资源所, 西安 710048)  
水利部

Robert Horton

(Department of Agronomy, Iowa State University, Ames, Iowa, USA)

**摘要** 预报非饱和土壤水分运动必须首先获得土壤水分运动参数。土壤水分运动参数包括土壤水分特征曲线和导水率。本文使用积分方法求解了一维水平非饱和土壤水分运动问题, 根据其解建立了推求非饱和土壤水分运动参数的简单入渗法, 用以推求 van Genuchten 特征曲线模型中的参数  $\alpha$  和  $n$ 。 $\alpha$  和  $n$  是根据湿润区的特征长度、吸渗率和土壤的饱和导水率 ( $k_s$ ) 来确定的, 而非饱和导水率可由  $\alpha$ 、 $n$  和  $k_s$  确定。这一新的简单入渗法是基于 Richards 方程和土壤导水特征的闭合型方程。简单入渗法提供了利用瞬态水流方法来确定土壤水分特征曲线而替代通常的平衡法。简单入渗法是一个全新的、简捷的确定土壤导水特性的方法。

**关键词** 简单入渗法, 土壤水分运动参数, 土壤水分

**中图分类号** S152.7

土壤中非饱和水流传输问题的数值解是定量预报土壤系统中水动力学行为的重要手段。非饱和流的传输模拟通常需要准确、完整的有关土壤非饱和导水特性, 以保证模型预报准确性。确定非饱和土壤水分运动参数的方法通常分为两类: 直接法和间接法。

在直接法中, Green 等<sup>[1]</sup>评述了室内测定土壤导水特性即土壤水分特征曲线和土壤导水率的众多方法, Klute 和 Dirksen<sup>[2]</sup>则讨论了田间方法。尽管直接法在概念上相对清晰, 但它们在应用中仍有限制。耗时和推求导水特性的不确定性是其通常的制约因子, 尤其是直接法中的田间方法。

因为直接确定土壤水分运动参数相对费时和昂贵, 土壤物理学家作过多种努力把土壤导水率、土壤水分特征曲线和容易测定的土壤物理特性联系起来。这一思路带来了间

\* 中国科学院重大项目 (KZ951-B1-211) 和国家自然科学基金资助课题

收稿日期: 1998-08-18; 收到修改稿日期: 1998-12-18

接法(又称参数估计法)。例如,土壤质地资料被成功地用来预报土壤水分特征曲线,进而可在 Brooks 和 Corey 模型<sup>[3]</sup>、Mualem 模型<sup>[4]</sup>和 van Genuchten 模型<sup>[5]</sup>的基础上推求土壤导水率。间接法的应用表明:与直接法相比最主要的优势是能获取整个土壤含水量范围内的导水特性和提供参数不确定性的信息。当然,间接法亦存在许多问题,如收敛和参数唯一性仍没有解决。

为了克服直接法和间接法的限制,本文提出一种推求土壤水分运动参数的简单入渗法。该方法在理论上基于土壤水流的 Richards 方程,并通过积分方法给出非饱和水流的非线性偏微分方程的近似解。其求解的基本思路是用包含可调参数的简单函数来近似偏微分方程的解,于是在积分的意义上使得这个解既满足偏微分方程又满足边界条件。Landahl 首先使用积分方法解决了扩散问题<sup>[6]</sup>。该方法在多孔介质中的水流问题已有应用,本文则阐明如何用积分方法来求解一维水平土壤水流方程,以及如何用其解来求得 van Genuchten 土壤导水特性模型<sup>[5]</sup>中的参数。

## 1 理 论

描述土壤一维水平非饱和流的方程为:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ k(h) \frac{\partial h}{\partial x} \right] \quad (1)$$

式中,  $\theta$  是土壤容积含水量 ( $\text{m}^3/\text{m}^3$ ),  $h$  是压力水头 (m),  $k(h)$  是非饱和导水率 (m/s),  $x$  是水平坐标 (m),  $t$  是时间 (s)。其初始和边界条件为:

$$h(x, 0) = h_i \quad (2)$$

$$h(0, t) = 0 \quad (3)$$

$$h(\infty, t) = h_i \quad (4)$$

式中,  $h_i$  为初始压力水头。

将式(1)进行 Boltzmann 变换 ( $\lambda = x/t^{1/2}$ ), 这样式(1)变为:

$$\frac{d}{d\lambda} \left[ k(h) \frac{dh}{d\lambda} \right] + \frac{\lambda}{2} \frac{d\theta}{d\lambda} = 0 \quad (5)$$

初始和边界条件((2)~(4)式)变为:

$$h(0) = 0 \quad (6)$$

$$h(\infty) = h_i \quad (7)$$

土壤水分特征曲线和非饱和土壤导水率(van Genuchten<sup>[5]</sup>和 Mualem<sup>[4]</sup>模式)表达为:

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) [1 + (\alpha|h|)^n]^{-m} \quad (8)$$

$$k(h) = \frac{k_s [1 - (\alpha|h|)^{n-1} (1 + (\alpha|h|)^n)^{-m}]^2}{[1 + (\alpha|h|)^n]^{m/2}} \quad (9)$$

式中,  $\theta(h)$  是容积含水量-压力水头的函数,  $\theta_s$  是饱和含水量,  $\theta_r$  是残留含水量,  $\alpha$  是标定参数, 其值与土壤的平均孔隙半径成反比,  $1/\alpha$  相当于 Brooks-Corey 模型<sup>[3]</sup>中的进气值,  $n$  是土壤水分特征曲线指数(即曲线的形状参数)或孔径分布指数,  $k_s$  是饱和导水率,  $m = 1 -$

1/n。

将  $h(\lambda)$  利用克劳林级数来表示, 即:

$$h = a_0 + a_1\lambda + a_2\lambda^2 + \dots + \quad (10)$$

因为  $h(0) = 0$ , 即  $a_0 = 0$ , 于是  $h = a_1\lambda + \dots + \dots$ ,  $a_1$  是一个负常数。为方便, 令  $b_1 = -a_1$ , 于是  $b_1$  为一正常数。把这一关系 ((10) 式) 代入方程 (8) 并取一级近似可得:

$$\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = 1 - m(\alpha b_1 \lambda)^n \quad (11)$$

当  $\lambda = d$  ( $d$  为湿润区的特征长度如图 1 所示),  $\theta(d) = \theta_i$ 。所以  $mb_1^n$  可表示为:

$$mb_1^n = \frac{\theta_s - \theta_i}{(\theta_s - \theta_i)(\alpha d)^n} \quad (12)$$

将式 (12) 代入 (11) 则有:

$$\theta(\lambda) = \theta_s - (\theta_s - \theta_i) \left( \frac{\lambda}{d} \right)^n \quad 0 < \lambda < d \quad (13)$$

$$\theta(\lambda) = \theta_i \quad d \leq \lambda < \infty \quad (14)$$

式 (13) 和 (14) 描述了所求的土壤含水量剖面 (见图 1)。(13) 式所描述的水分吸收剖面与 Philip<sup>[7]</sup> 提出的函数之一完全相同, 即

$$\lambda(\theta) = \epsilon(1 - \theta)^p \quad p > 0 \quad (15)$$

式中  $\theta$  为归一化的容积含水量, 即  $\theta = \frac{\theta - \theta_i}{\theta_s - \theta_i}$ ,  $\epsilon$  为  $\lambda$  的最大值, 即 (13)

式中的  $d, p$  是曲线的形状因子。若令  $p = 1/n$ , 完全可以证明 (13) 式和 (15) 式相同。这说明用 (13) 和 (14) 式所描述的含水量剖面是恰当的。

(13) 式还将由实验数据来验证。

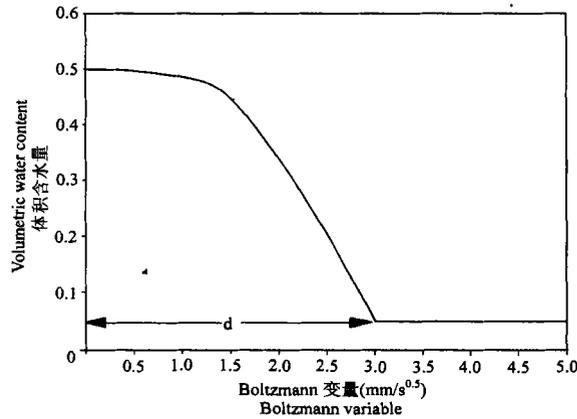


图1 一维水平入渗条件下土壤含水量分布示意图

Fig.1 An assumed water content profile of horizontal infiltration

对等式 (5) 从 0 到  $\infty$  积分, 则方程 (5) 中第一项为:

$$\int_0^{\infty} \frac{d}{d\lambda} \left[ k(h) \frac{dh}{d\lambda} \right] d\lambda = \left[ k(h) \frac{dh}{d\lambda} \right] \Big|_0^{\infty} = b_1 k_s \quad (16)$$

这主要是由于  $\lambda = \infty$  时  $\frac{dh}{d\lambda} = 0$  和  $\lambda = 0$  时  $\frac{dh}{d\lambda} = -b_1$  和  $k(h) = k_s$ 。由 (12) 式中可知  $b_1$  为:

$$b_1 = \frac{1}{\alpha d} \left[ \frac{\theta_s - \theta_i}{m(\theta_s - \theta_r)} \right]^{\frac{1}{n}} \quad (17)$$

方程 (5) 中的第二项为:

$$\int_0^{\infty} \frac{\lambda}{2} \frac{d\theta}{d\lambda} d\lambda = \int_0^d \frac{\lambda}{2} \frac{d\theta}{d\lambda} d\lambda = -\frac{n(\theta_s - \theta_i) d}{2(n+1)} \quad (18)$$

把(16)、(17)和(18)式与(5)式结合起来可得:

$$\alpha = \frac{2(n+1)k_s}{n(\theta_s - \theta_i) d^2} \left[ \frac{1}{m} \left( \frac{\theta_s - \theta_i}{\theta_s - \theta_r} \right) \right]^{\frac{1}{n}} \quad (19)$$

由(19)式可知:特定参数 $\alpha$ 不仅取决于 $d$ 还与 $k_s$ 和 $n$ 有关。如果 $k_s$ 已知(通常 $k_s$ 需要测定),要确定 $\alpha$ 和 $n$ ,还需一个关系式。在 $x=0$ (进水边界),水分通量密度可表达为:

$$q = - \left( k(h) \frac{\partial h}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} \quad (20)$$

其中

$$\frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=0} = \left( \frac{dh}{d\lambda} \right) \Big|_{\lambda=0} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} \quad (21)$$

由方程(10)可得:

$$\frac{dh}{d\lambda} \Big|_{\lambda=0} = a_1 = -b_1 \quad (22)$$

在 $x=0$ 处 $k(h) = k_s$ ,根据Boltzmann变量的定义,把(20)、(21)和(22)式联合起来可得:

$$q = k_s b_1 t^{-\frac{1}{2}} \quad (23)$$

对于水平入渗,应用 Philip 的两项入渗方程式可知入渗率或通量密度为:

$$q = \frac{S}{2t^{\frac{1}{2}}} \quad (24)$$

式中 $S$ 为吸渗率或吸力,其值可通过分析入渗率和时间的关系获得(即用(24)式对入渗速率进行简单的回归即可得 $S$ )。由(17)、(23)和(24)式可得:

$$\alpha = \frac{2k_s}{Sd} \left[ \frac{1}{m} \left( \frac{\theta_s - \theta_i}{\theta_s - \theta_r} \right) \right]^{\frac{1}{n}} \quad (25)$$

比较(19)和(25)式可得 $n$ 的表达式为:

$$n = \frac{S}{d(\theta_s - \theta_i) - S} \quad (26)$$

(19)和(26)式即为 van Genuchten 土壤导水特性模式<sup>[5]</sup>中的参数的推求表达式。首先,参数 $n$ 通过测定特征湿润长度和吸力而得到。于是,由已测定的 $k_s$ ,标定参数 $\alpha$ 由(19)式求出。从实验上讲,如果记录入渗量和时间关系并在入渗结束时量测湿润长度,再用此土柱测定土壤的饱和导水率,则 van Genuchten 模式<sup>[5]</sup>中的参数推求的实验程序业已完成,至于饱和和残留含水量则容易测定或估算。

## 2 讨论

推求 van Genuchten 土壤导水特征模式<sup>[5]</sup>中参数 $n$ 和 $\alpha$ 的(19)和(26)式取决于六个参数: $k_s$ 、 $S$ 、 $d$ 、 $\theta_s$ 、 $\theta_r$ 和 $\theta_i$ 。  $\theta_s$ 和 $\theta_i$ 这两个土壤含水量比较容易测定,  $\theta_r$ 需要估算(例如,取

-  $15 \times 10^5 \text{Pa}$  压力势下的含水量为  $\theta_s$ )。入渗期间特征湿润长度 ( $d$ ) 也容易观测。同样入渗资料  $S$  也相对容易确定。唯一剩下的参数就是饱和导水率 ( $k_s$ )。一维水平入渗实验之后, 可采用同一土柱方便地测定  $k_s$ 。

如前所述 (13) 式是近似描述, 而 (13) 和 (15) 式相同。 (15) 式应能反映水平水分吸收实验中的绝大多数含水量剖面<sup>[8]</sup>。然而, 由观测的含水量剖面数据来验证 (13) 式是必要的。为此, 从文献中选取了四种土壤的含水量剖面资料。这四种土壤的质地从砂土到粘土。这四种土壤是: Hagener 砂<sup>[9]</sup>、Hayden 砂壤土<sup>[10]</sup>、Fayette 粉粘壤土<sup>[11]</sup> 和 Yolo 粘土<sup>[12]</sup>。图 2、3、4、5 显示了用 (13) 式对这四种土壤含水量剖面的拟合情况。结果表明: 用 (13) 式来描述水平水分吸收实验中的土壤含水量剖面是合适的。 (13) 式的理论和实验验证使我们相

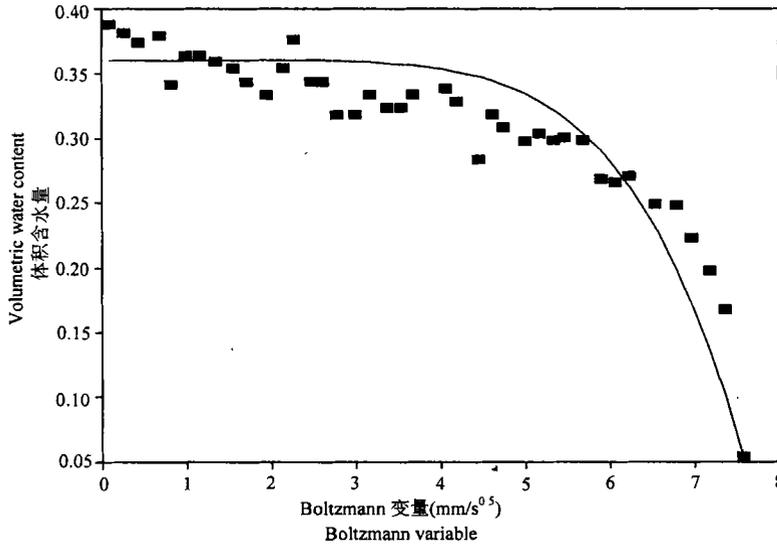


图2 Hagener 砂水平入渗条件下的含水量分布 (■实测值, —拟合值)

Fig.2 Observed (filled square) and fitted (solid curve) soil water distribution data for Hagener sand

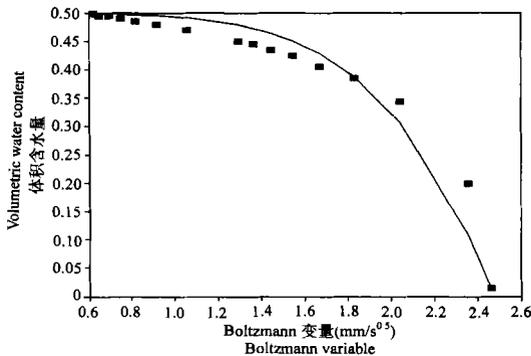


图3 Hayden 砂壤土水平入渗条件下的含水量分布 (■实测值, —拟合值)

Fig.3 Observed (filled square) and fitted (solid curve) soil water distribution data for Hayden sandy loam

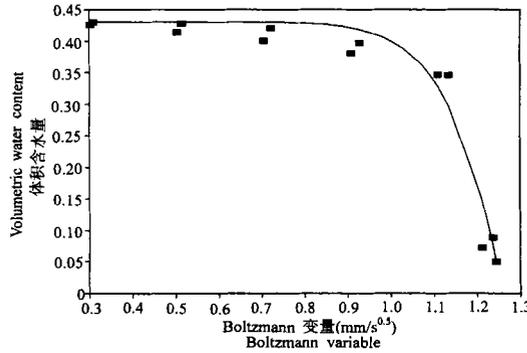


图4 Fayette 粉粘壤土水平入渗条件下的含水量分布 (■实测值, —拟合值)

Fig.4 Observed (filled square) and fitted (solid curve) soil water distribution data for Fayette silt clay loam

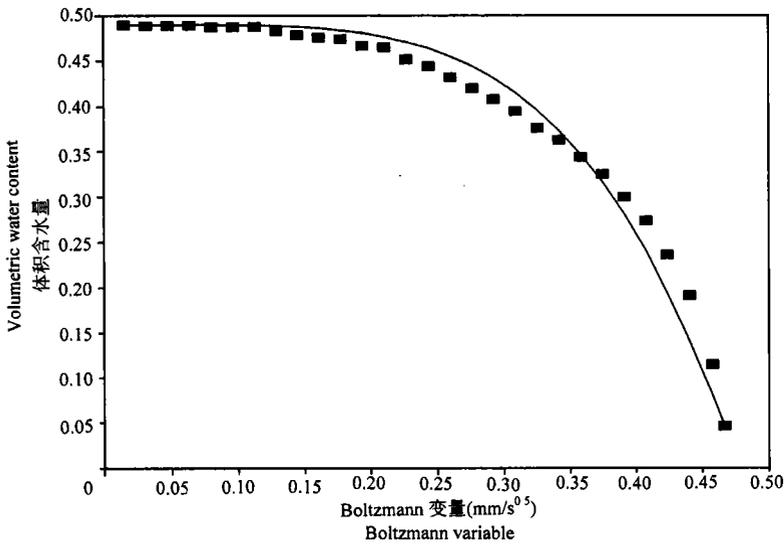


图5 Yolo粘土水平入渗条件下的含水量分布(■实测值, —拟合值)

Fig.5 Observed (filled square) and fitted (solid curve) soil water distribution data for Yolo clay

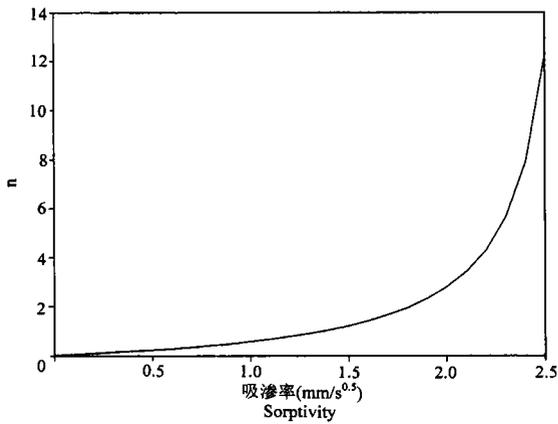


图6 在给定条件下 $n$ 和吸渗率 $S$ 的关系

Fig.6 The relationship between shape parameter ( $n$ ) and sorptivity ( $S$ ) for a given soil

信: 用(19)和(26)式来推求土壤水分特征曲线的 van Genuchten 模式<sup>[5]</sup>中的参数是合适的。

van Genuchten 模式中的形状参数  $n$  与吸渗率( $s$ )和湿润区的特征长度两个因素有关。Clothier 和 Scotter<sup>[13]</sup>提供的实验数据表明: 同一土壤的不同时间的  $\theta(\lambda)$  关系相互重叠。换言之,  $d$  对一给定土壤为常数。这表明:  $d$  是土壤导水特性的一个特征参数, 不同土壤应有不同的  $d$  值。对某一给定的  $d$ ,  $n$  与  $S$  成正比(见图 6)。因此,  $S$  估算值的偏大导致  $n$  估计值的偏大, 进而使得  $\alpha$  估计值的偏大。因为对某一给定的土壤,

$k_s$ 、 $\theta_s$ 、 $\theta_r$  和  $\theta_i$  的确定不会产生大的误差, 所以  $\alpha$  和  $n$  值推求的准确度就主要取决于吸渗率确定的准确度。吸渗率的确定是用(24)式拟合观测的入渗数据。这一方法直接, 也不会产生巨大的误差。因此, 本文中的推求土壤导水特性的简单入渗法应该有较高的测定精度。

### 3 结 论

本文用积分方法来近似求解一维水平非饱和土壤水分吸收问题。其解用以推求

Mualem<sup>[4]</sup>和 van Genuchten<sup>[5]</sup>导水特性模型中的参数。采用水平土柱吸水实验,饱和导水率是唯一需要测定的参数,由此可获得某一土壤完整的导水特性信息。曲线指数  $n$  由水平土柱水分吸收实验中土壤的湿润长度和吸力所确定。标定参数  $\alpha$  由饱和导水率、湿润长度和吸力共同确定。本文中提出的近似解从理论上阐明了如何由水平土柱入渗实验来获得土壤水分特征曲线和非饱和土壤导水率。应用本文中提出的确定土壤导水特性的方法既省时又节约开支。同时需指出在进行一维水平积水入渗实验测定土壤水分运动参数时,初始含水量一定应大于估算的残留含水量,否则将得出错误的结论。

### 参 考 文 献

1. Green R E, Ahuja L R, Chong S K. Hydraulic conductivity, diffusivity, and sorptivity of unsaturated soils: Field methods. In: Klute A. ed. *Methods of Soil Analysis Part 1: Physical and Mineralogical Methods*. Agronomy Monograph no. 9. 2nd ed. Soc. Agron. Am. and Soil Sci. Soc. Am., Madison, Wisconsin, 1986. 771~789
2. Klute A, Dirksen C. Hydraulic conductivity and diffusivity: Laboratory methods. In: Klute A. ed. *Methods of Soil Analysis. Part 1: Physical and Mineralogical Methods*. Agronomy Monograph no. 9. 2nd ed. Soc. Agron. Am. and Soil Sci. Soc. Am., Madison, Wisconsin, 1986. 687~734
3. Brooks R H, Corey A T. Properties of porous media affecting fluid flow. *J. Irrig. Drain. Div. Am. Soc. Civ. Eng.*, 92(IR2), 1966, 61~88
4. Mualem Y. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resour. Res.*, 1976, 12: 593~622
5. Van Genuchten M Th. A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 1976, 44: 892~898
6. Landahl H D. An approximation method for the solution of diffusion and related problems. *Bull. Math. Biophys.*, 1953, 15:49~61
7. Philip J R. General method of exact solution of the concentration dependent diffusion equation. *Aust. J. Phys.*, 1960, 13: 1~12
8. Clothier B E, Scotter D R, Green A E. Diffusivity and one dimensional absorption experiments. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 1983, 47: 641~644
9. Selim H M, Kirkham D, Amemiya M. A comparison of two methods for determining soil-water diffusivity. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 1970, 34: 14~18
10. Whisler F D, Klute A, Peters D B. Soil water diffusivity from horizontal infiltration. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 1968, 32: 6~11
11. McBride J F, Horton R. An empirical function to describe measured water distributions from horizontal infiltration experiments. *Water Resour. Res.*, 1985, 21: 1539~1544
12. Nofziger D L. Errors in gamma-ray measurements of water content and bulk density in non-uniform soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 1978, 42: 845~850
13. Clothier B E, Scotter D R. Constant-flux infiltration from a hemispherical cavity. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 1982, 46: 696~700

# A SIMPLE INFILTRATION METHOD FOR ESTIMATING SOIL HYDRAULIC PROPERTIES OF UNSATURATED SOILS I. THEORETICAL ANALYSIS

Shao Ming-an

(*Institute of Soil and Water Conservation, Chinese Academy of Sciences and Ministry of Water Resources,  
Yangling Shaanxi 712100*)

Wang Quan-jiu

(*Institute of Soil and Water Conservation, Chinese Academy of Sciences and Ministry of Water Resources,  
Yangling Shaanxi 712100; Xi'an Institute of Water Resources, Xi'an 710048*)

Robert Horton

(*Department of Agronomy, Iowa State University, Ames, Iowa 50011-1010, USA*)

## Summary

Information of soil hydraulic properties is required to predict water flow in unsaturated soils. Soil hydraulic properties include soil water characteristic curve and hydraulic conductivity. In this paper an integral method is used to solve the problem of water absorption into an one-dimensional and horizontal soil column. According to the solved results, a simple infiltration is established to estimate the parameters,  $\alpha$  and  $n$ , in the van Genuchten model of a soil water characteristic curve. The two parameters,  $\alpha$  and  $n$ , in the characteristic curve model are estimated by the characteristic length of wetted zone, sorptivity, and saturated hydraulic conductivity. Unsaturated soil hydraulic conductivity is then estimated from the parameters determined in the soil water characteristic curve. This new method uses both Richards' equation and the closed form equations of soil hydraulic properties. The simple infiltration method provides a transient water flow approach to estimate the soil water characteristic curve instead of the usual equilibrium method. This is a new and simple means to determine soil hydraulic properties.

**Key words** A simple infiltration method, Soil hydraulic properties, Soil water