

# 耕层土壤颗粒表面的分形维数及其与 主要土壤特性的关系

张世熔 邓良基 周 倩 伍国锋

(四川农业大学土地资源系, 四川雅安 625014)

**摘 要** 四川 16 个耕地表层的土壤颗粒表面分形维数  $D$  为 2.805~2.942, 其中砂土 2.821、壤土 2.870、粘壤土 2.916 和粘土 2.939。统计分析表明  $D$  分别与国际制粗砂粒和细砂粒含量呈极显著负相关, 与粉粒和粘粒含量呈极显著正相关; 它与粉粒、粘粒和有机质含量的偏相关关系达极显著水平, 与容重的偏相关关系达显著水平。

**关键词** 土壤, 颗粒表面, 分形维数, 容重

中图分类号 S152.32

土壤是具有自相似结构的多孔介质, 具有一定的分形特性<sup>[1~3]</sup>。Arya 和 Paris<sup>[4]</sup> 及 Turcotte<sup>[5]</sup> 研究了土壤颗粒的分形现象及其分形维数的计算方法, 但这些方法难于直接利用常规实验数据进行计算。杨培岭等<sup>[6]</sup> 将 Katz 的粒径计算方法进行改进, 用土壤颗粒的重量分布直接计算粒径分布的分维数, 表征土粒直径的大小和质地组成的均匀程度。Alexandra 等综合 Friesen、Pachepsky 和 Bird 等人的研究成果, 运用不同的方法推导出土壤颗粒粒级质量、粒径与土粒分形维数的关系<sup>[7~10]</sup>。该种方法的优点是求出的分形维数  $D$  有明确的分形学意义, 是土粒表面的分形维数(其拓扑维数为 2)应介于 2~3 之间<sup>[11]</sup>。因此, 作者据此做进一步推导, 改进成土粒粒级重量百分含量、粒径与土粒表面分形维数的关系式, 所以仍可根据常规土壤颗粒组成测定结果计算土粒的分形维数  $D$ 。本文运用此法计算了四川 7 县(市、区) 16 个耕地表层土壤颗粒表面的分形维数, 并探讨了它与各粒级含量的单相关、偏相关关系及其同有机含量、容重的关系。

## 1 材料与方法

### 1.1 土壤样品

16 个土壤样品分别采自四川省雅安、名山、乐山、中江、泸县、江阳和龙马潭 7 个县(市、区)耕地表层。其中 1、2、5、7 号样品为潮土, 3、4、6、8、9、11 和 13 号样品为紫色土, 12、14 和 17 号样品为水稻土, 10、15 号样品为黄壤。

### 1.2 分析测定

土壤颗粒组成按国际制用简易比重计法测定; 有机质用重铬酸钾容量法测定; 容重用环刀法测定。

### 1.3 土壤颗粒表面分形维数计算方法

Alexandra Kravchenko 和 Renduo Zhang 根据土壤孔隙、土粒间关系及分形学原理, 推导出粒级质量、粒径与土粒分形维数的关系式为:

$$W(\leq R) = C \times R^{\frac{3D^2 - 13D + 14}{D^2 - 5D + 4} + 1} \quad (1)$$

式中  $R$  为土粒直径,  $W$  为粒径小于等于  $R$  的土粒的累积质量,  $C$  为系数,  $D$  是土粒表面的分形维数。根据土壤颗粒的国际制分类方法, 土壤中  $\leq 2\text{mm}$  的颗粒称为土粒, 这样  $W(\leq 2)$  的土壤质量即为全部土粒的质量, 它是常量, 若令其为  $W_t$ , 则

$$W_t(\leq 2) = C \times 2^{\frac{3D^2 - 13D + 14}{D^2 - 5D + 4} + 1} \quad (2)$$

由于  $D$  是描述土粒表面分形维数状况的特性值, 对于某一特定的土壤而言, 它是定值, 因而(2)式中  $W_t$  为常数。设粒径  $\leq R$  的土粒重量的百分含量为  $P_r$ , 由物质重量与质量及重力加速度  $g$  的关系得

$$P_r(\%) = \frac{W \times g}{W_t \times g} \times 100 = \frac{100C}{W_t} \times R^{\frac{3D^2 - 13D + 14}{D^2 - 5D + 4} + 1} \quad (3)$$

又令

$$C_0 = \frac{100C}{W_t}$$

则

$$P_r(\%) = C_0 \times R^{\frac{3D^2 - 13D + 14}{D^2 - 5D + 4} + 1} \quad (4)$$

对(4)式取对数得

$$\ln P_r = \ln C_0 + \left[ \frac{3D^2 - 13D + 14}{D^2 - 5D + 4} + 1 \right] \ln R \quad (5)$$

用各粒径及其对应的重量按(5)式作图或进行直线回归分析, 设所得直线的斜率为  $K$ , 因

$$K = \frac{3D^2 - 13D + 14}{D^2 - 5D + 4} + 1 \quad (6)$$

解(6)式即可求得土壤颗粒表面的分形维数  $D$ 。

$$D = \frac{18 - 5K + \sqrt{(18 - 5K)^2 - 4 \times (4 - K) \times (18 - 4K)}}{2 \times (4 - K)} \quad (7)$$

由于(6)式的另一个根求得的  $D$  值小于 2, 不合分形学意义, 故舍去。

## 2 结果与分析

### 2.1 土壤颗粒表面的分形维数

表 1 中  $D$  值栏即是按前面(7)式进行计算求得的各土壤样品颗粒表面的分形维数。

表 1 土壤部分性质与颗粒表面的分形维数

Table 1 Some properties and fractal dimensions of particle surface of soils

样号 Sample No.	采样地点 Sampling locality	质地类型 Texture classification	颗粒组成 Particle composition (g kg <sup>-1</sup> )				相关 系数 Correlation coefficient	分形维数 $D$ Fractal dimensions	容重 Bulk density (Mg m <sup>-3</sup> )	有机质 O.M. (g kg <sup>-1</sup> )
			2~0.2	0.2~0.02	0.02~0.002	0.002<0.002				
1	雅安多营	S	474.5	376.0	108.8	40.7	0.9896	2.805	1.30	8.10
2	雅安大兴	S	432.5	484.2	17.6	65.7	0.9553	2.822	1.25	11.30
3	乐山九峰	S	123.3	766.0	43.2	67.5	0.9424	2.821	1.40	10.50
4	江阳弥陀	S	413.3	489.5	20.5	76.7	0.9564	2.835	1.16	7.90

续表

样号 Sample No.	采样地点 Sampling locality	质地类型 Texture classification	颗粒组成 Particle composition ( $\text{g kg}^{-1}$ )				相关 系数 Correlation coefficient	分形维数 $D$ Fractal dimensions	容重 Bulk density ( $\text{Mg m}^{-3}$ )	有机质 O.M. ( $\text{g kg}^{-1}$ )
			粒径(mm)							
			2~ 0.2	0.2~ 0.02	0.02~ 0.002	< 0.002				
5	江阳弥陀	SL	365.1	476.2	66.7	92.0	0.9789	2.855	1.34	7.70
6	中江富兴	SL	305.3	437.6	154.1	103.0	0.9839	2.869	1.43	9.90
7	雅安对岩	SL	167.7	385.7	324.7	121.9	0.9406	2.886	1.15	18.40
8	中江富兴	SCL	180.0	206.4	448.4	165.2	0.9789	2.906	1.33	11.80
9	乐山九峰	CL	224.1	386.2	210.4	179.3	0.9060	2.909	1.38	9.60
10	雅安城南	CL	188.0	253.7	334.9	223.4	0.9485	2.923	1.29	12.30
11	中江富兴	CL	173.4	311.8	276.6	238.2	0.9650	2.925	1.39	8.60
12	江阳太安	SC	140.5	221.2	372.7	265.6	0.8864	2.939	1.50	14.40
13	泸县仙佛	LC	83.7	165.8	463.9	286.6	0.9308	2.933	1.40	13.60
14	龙马潭安宁	LC	129.8	269.2	297.7	303.3	0.9554	2.939	1.43	15.20
15	雅安城南	LC	147.4	203.0	345.1	304.5	0.9404	2.941	1.21	27.40
16	名山百丈	LC	124.5	178.4	390.6	306.5	0.9191	2.942	1.13	29.60

从表1中可知,四川16个耕地表层土壤的颗粒表面分形维数介于2.805~2.942之间,因土粒表面的拓扑是2,故其分维增值介于0.805~0.942之间。随着质地从砂土、壤土、粘壤土到粘土,其土粒表面的平均分形维数分别为2.821、2.870、2.916和2.939,呈依次增高。

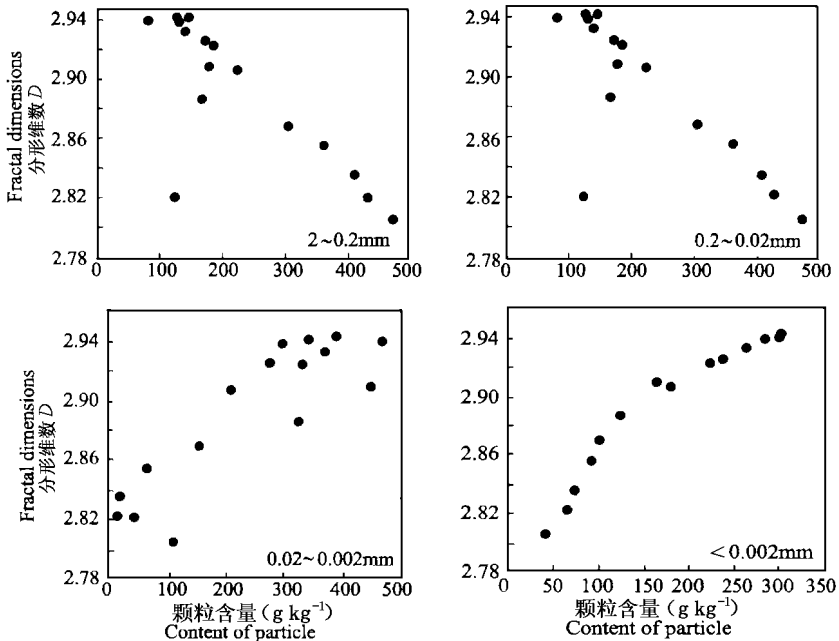


图1 土壤各粒级含量与土粒表面分形维数

Fig.1 Contents of particle fractions and fractal dimensions of particle surface

## 2.2 土粒表面分形维数 $D$ 与各粒级含量的关系

从计算过程可知,  $D$  值的计算与土粒粒径由小到大的累积含量有关, 各土样粒径与累积重量的对数相关系数(表 1)均  $> 0.8864$  ( $n = 4, R_{0.05} = 0.878, R_{0.01} = 0.959$ ), 呈显著或极显著正相关。但是分形维数  $D$  与各粒级含量之间的关系究竟如何, 未见此类报道, 本文对此做了进行一探讨。图 1 为  $D$  与各粒径含量的散点图, 从中可知,  $D$  与各粒径含量的皆呈明显线性关系, 其回归相关分析结果如下:

$$D \text{ 与 } 2\sim 0.2\text{mm 颗粒含量}(X_1), D = 2.9613 - 0.00031X_1, R = -0.7962^{**}$$

$$D \text{ 与 } 0.2\sim 0.02\text{mm 颗粒含量}(X_2), D = 2.9798 - 0.00025X_2, R = -0.8265^{**}$$

$$D \text{ 与 } 0.02\sim 0.002\text{mm 颗粒含量}(X_3), D = 2.8229 - 0.00028X_3, R = 0.8791^{**}$$

$$D \text{ 与 } < 0.002\text{mm 颗粒含量}(X_4), D = 2.8053 - 0.00048X_4, R = 0.9576^{**}$$

若仅从土粒表面的分形维数  $D$  与粒径含量的单相关关系看, 它与粒径  $2\sim 0.2\text{mm}$  和  $0.2\sim 0.02\text{mm}$  颗粒含量呈极显著负相关, 与  $0.02\sim 0.002\text{mm}$  和  $< 0.002\text{mm}$  颗粒含量呈极显著正相关。这表明随着土粒直径减小, 其表面的分形维数增加; 反之, 则土粒表面分形维数减小。但若将 4 个粒级的含量同分形维数  $D$  进行多元逐步回归相关分析, 则  $D$  与  $2\sim 0.2\text{mm}$ 、 $0.2\sim 0.02\text{mm}$  颗粒含量的偏相关关系不显著, 而与  $0.02\sim 0.002\text{mm}$  颗粒含量 ( $X_3$ )、 $< 0.002\text{mm}$  颗粒含量 ( $X_4$ ) 的偏相关系数达显著和极显著:

$$D = 2.8037 + 9.639 \times 10^{-5} X_3 + 3.5789 \times 10^{-4} X_4, R = 0.9769^{**} \quad (V = 3, df = 13, R_{0.05} = 0.608, R_{0.01} = 0.712)$$

$$R_{D \times 3, X_4} = 0.6420^*, R_{D \times 4, X_3} = 0.8917^{**}, R_{X_3 \times 4, D} = -0.2919$$

$$(V = 2, df = 13, R_{0.05} = 0.514, R_{0.01} = 0.641)$$

因此, 决定土粒表面分形维数大小的首先是土壤粘粒的含量, 其次是粉粒的含量, 砂粒通过影响前二者含量的多少间接影响分形维数的大小。表 1 中的分形维数总体上随粘粒含量的增加而增加; 但当粘粒含量接近时, 粉粒含量明显高者分形维数高(样品 6 号和 7 号)。

## 2.3 土粒表面分形维数 $D$ 与有机质含量、容重的关系

土粒表面分形维数  $D$  和有质机含量 ( $O.M$ ) 分别与容重 ( $B.D$ ) 关系的散点图及其直线回归相关结果如图 2、图 3 所示。16 个样品的单相关系数  $R_{D \times B.D} = 0.1501$ ,  $R_{O.M \times B.D} = 0.4747$ , 均达不到显著水平, 似乎它们与容重的关系不密切。但是若将二者同时与容重进行三元回归相关分析, 结果却为:

$$BD = -2.9204 - 0.01464 \times O.M + 1.5348 \times D, \text{ 复相关系数 } R = 0.7250^{**} \quad (V = 3, df = 13, R_{0.05} = 0.608, R_{0.01} = 0.712), \text{ 表明有机质含量和土粒表面分形维数与容重的复}$$

相关系数达极显著水平。偏相关系数  $R_{O.M \times B.D} = -0.7138^{**}$ ,  $R_{D \times B.D} = 0.6240^*$ ,  $R_{D \times O.M} = 0.7578^{**}$  ( $V = 2, df = 13, R_{0.05} = 0.514, R_{0.01} = 0.641$ ), 这表明有机质含量与容重为极显著负相关, 即随着耕层土壤有机质含量的增加, 容重明显降低; 分形维数  $D$  与容重为显著正相关, 结合前面分形维数  $D$  与土壤质地的关系, 可表述为随着质地由砂到粘, 土粒表面的分形维数增加, 容重增加; 同时, 随着土壤中细颗粒含量的提高, 土粒表面的分形维数增加, 有机质含量增加。

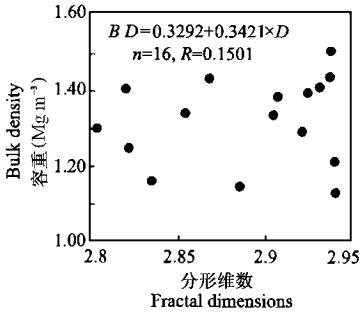


图2 土粒分形维数与容重

Fig. 2 Fractal dimensions of soil particle and bulk density

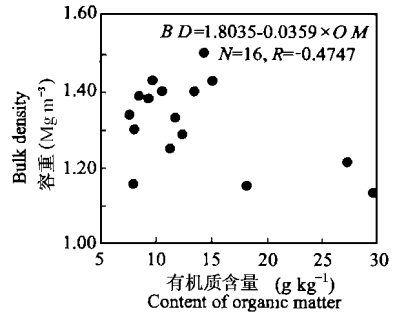


图3 土壤有机质含量与容重

Fig. 3 Content of organic matter and bulk density of soil

### 3 结 论

1. 四川 16 个土样的土粒表面的分形维数介于 2.805~ 2.942 之间, 其分维增值介于 0.805~ 0.942 之间。砂土、壤土、粘壤土和粘土分形维数分别为 2.821、2.870、2.916 和 2.939, 呈依次增高。

2. 土粒表面分形维数  $D$  与各粒径含量的单相关关系和复相关关系是不同的。它与粒径 2~ 0.2mm 或 0.2~ 0.02mm 颗粒含量呈极显著负相关, 与 0.02~ 0.002mm 或 < 0.002mm 颗粒含量呈极显著正相关。但若将 4 个粒级的含量同分形维数  $D$  进行多元逐步回归相关分析, 则  $D$  与 2~ 0.2mm、0.2~ 0.02mm 颗粒含量的偏相关关系不显著, 而与 0.02~ 0.002mm 颗粒含量 ( $X_3$ )、< 0.002mm 颗粒含量 ( $X_4$ ) 的偏相关系数达显著和极显著。这表明土粒表面的分形维数  $D$  是反映土粒组成或质地均匀程度的一个较好的指标, 但它对 4 个粒级含量的反映程度却不完全相同, 重点反映的是与土粒表面特性关系密切的粘粒含量, 其次是粉粒的含量。

3. 土粒表面分形维数、有机质含量与容重的复相关系数达极显著水平。三者间的偏相关系数表明, 有机质含量与容重为极显著负相关, 分形维数  $D$  与容重为显著正相关, 且与有机质含量也呈极显著正相关。

4. 土粒表面分形维数是一个反映土壤颗粒表面状况的一个综合指标。它与土粒表面特性相关的某些土壤性质, 如孔性、结构性和凋萎系数的关系, 有待于进一步的研究。

### 参 考 文 献

1. 李保国. 分形理论在土壤科学中的应用及其展望. 土壤学进展, 1994, 22(1): 1~ 10
2. 鲁植雄, 张维强, 潘君拯. 分形理论及其在农业土壤中的应用. 土壤学进展, 1994, 22(5): 40~ 45
3. 胡瑞林. 粘性土微结构定量模型及其工程地质特征研究. 北京: 地质出版社, 1995. 29~ 40
4. Arya L M, and Paris J F. A physicoempirical model to predict the soil moisture characteristic from particle-size distribution and bulk density data. Soil Sci. Soc. Am. J., 1981, 45: 1023~ 1031

5. Turcotte D L. Fractals and fragmentation. *J. Geophys. Res.*, 1986, 91(B2): 1921~ 1926
6. 杨培岭, 罗远培, 石元春. 用粒径的重量分布表征的土壤分形特征. *科学通报*, 1993, 38(20): 1896~ 1899
7. Friesen J P, Mikula R J. Fractal space and rock permeability implications. *Phys. Rev. B.*, 1987, 38: 2635~ 2638
8. Pachepsky Ya A, Shcherbakov R A, Korsunskaya L P. Scaling of soil water retention using a fractal model. *Soil Sci.*, 1995, 159: 99~ 104
9. Bird N R H, Bartoli F, Dexter A R. Water retention models for fractal soil structures. *Eupr. J. Soil Sci.*, 1996, 47: 1~ 6
10. Alexandra Kravchenko, Renduo Zhang. Estimating the soil water retention from particle size distribution: a fractal approach. *Soil Soc. Am.*, 1998, 163(3): 171~ 179
11. 董连科. 分形理论及其运用. 沈阳: 辽宁科技出版社, 1991. 5~ 7

## FRACTAL DIMENSIONS OF PARTICLE SURFACE IN THE PLOWED LAYERS AND THEIR RELATIONSHIPS WITH MAIN SOIL PROPERTIES

Zhang Shi-rong Deng Liang-ji Zhou Qian Wu Guo-feng  
(*Department of Land Resource, Sichuan Agricultural University, Ya'an, Sichuan 625014*)

### Summary

Fractal dimensions of particle surface were 2.805~ 2.942 in the plowed layers of 16 crop fields in Sichuan. Among them, sand soil was 2.821, loam soil 2.807, clay loam soil 2.916, and clay soil 2.939. Statistic analysis indicated that fractal dimensions were in highly significant negative correlation with the contents of coarse sand and fine sand, and in very significant positive correlation with the contents of silt and clay. In addition, in the partial correlation with the contents of silt, clay, organic matter and bulk density of soil was highly significant or significant.

**Key words** Soil, Particle surface, Fractal dimension, Bulk density