

地表滴灌土壤湿润体特征值的经验解*

张振华^{1,2} 蔡焕杰¹ 杨润亚²

(1 西北农林科技大学教育部旱区农业水土工程重点实验室, 陕西杨凌 712100)

(2 烟台师范学院地理与资源管理学院, 山东烟台 264025)

摘要 粘壤土地表点源入渗试验研究表明, 其土壤湿润体形状近似为半椭球体, 水平和垂直方向的最大入渗距离与入渗时间存在极显著的幂函数关系。湿润体体积和灌水量之间存在显著的线性关系, 在 $2 \sim 4 \text{ L h}^{-1}$ 的滴头流量范围内, 灌水量相同时不同流量滴头对应的湿润体体积的最大差异保持在 5% 以内。地表点源入渗过程中, 土壤湿润体内平均体积含水率的增量和入渗时间、滴头流量无关保持为一定值, 在本研究条件下为 0.326。综合以上结果, 提出了预测地表滴灌入渗土壤湿润体特征值的经验解模型。

关键词 点源入渗; 湿润体特征值; 含水率增量; 经验解

中图分类号 S275.6 文献标识码 A

随着滴灌技术在大田作物上的应用, 其节水增产的优点日益显现, 同时与之有关的点源入渗理论引起越来越多研究人员的重视^[1-3], 出现了包括解析解和数值解在内的大量数理模型。点源入渗的解析解被多个假设所限制, 比如统一的初始含水量、简化的边界条件、非积水的或积水面积恒定的地表条件、均质的土壤、稳态流以及特定的导水率函数形式等, 这些限制性假设使得解析解很难在实际中应用^[4,5]。同解析解比较而言, 点源入渗的数值解具有更加科学合理的入渗边界条件, 减少了一些限制性的假设, 从而使数值解的结果更为真实可靠。尽管数值模型能够提供滴灌入渗的相关信息——比如土壤湿润体的大小和形状、土壤含水率的分布状况等, 但同时也存在着所需土壤水力特性参数过多、对使用者的数学知识掌握能力要求较高以及必须使用计算机工具等缺点^[6,7]。对于点源入渗土壤湿润体

特征值即地表水平最大湿润距离 $R(t)$ 、最大垂向入渗深度 $H(t)$ 和湿润体的体积 $V(t)$ 及其影响因素的研究, 是正确的滴灌系统设计和对田间滴灌作物进行高水平水分管理的前提和基础^[8]。本文通过对粘壤土地表点源入渗规律的试验研究, 提出了形式较为简单的地表滴灌土壤湿润体特征值的经验解。

1 材料与方法

1.1 供试土壤

入渗试验用土为取自陕西杨凌的粘壤土和延安的黄绵土。自然风干后, 过 1 mm 孔径的土筛后利用沉降法对土壤进行颗粒分析, 结果如表 1 所示。按照国际制土壤质地分类标准, 供试陕西杨凌粘壤土和延安黄绵土分别为壤质粘土和轻壤土。

表 1 试验土壤的粒径的质量分布

Table 1 Particle size distribution of tested soil (%)

土壤种类 Soil kinds	粒径 Particle size (mm)					
	1~ 0.25	0.25~ 0.05	0.05~ 0.01	0.01~ 0.005	0.005~ 0.001	< 0.001
粘壤土 Clay loam	0.5	7.2	48.0	12.0	11.1	21.2
黄绵土 Huangmian soil	2.64	17.1	56.5	5.3	8.4	10.1

1.2 试验系统

整个试验系统由试验土箱和供水系统两部分组

成。试验采用矩形土箱, 对于点源入渗取滴灌所形成湿润体的 1/4 作为研究对象。为了便于在不同流

* 国家高技术研究发展计划项目(2002AA2Z4031)及烟台师范学院中青年自然科学基金项目(000444)资助

作者简介: 张振华(1971~), 男, 河北藁城人, 博士, 教授, 主要从事水土资源高效利用与管理研究。E-mail: zhangzh71@163.com

收稿日期: 2003-09-01; 收到修改稿日期: 2004-06-07

量下进行试验, 选取了三个不同尺寸的有机玻璃土箱, 其规格分别为 30 cm × 30 cm × 30 cm、50 cm × 40 cm × 40 cm、50 cm × 60 cm × 60 cm(高 × 长 × 宽)。本次试验用马氏瓶供水, 在恒定水头下通过调节旋钮开度或者改变针头型号大小来控制滴头流量。

1.3 试验方法和观测内容

将试验土风干过筛后, 按照预定容重(1.3 g cm⁻³)分层(5 cm)均匀装入有机玻璃箱内。入渗开始后, 用秒表计时并按照先密后疏的原则观测土壤湿润体水平方向和竖直方向上的入渗距离随时间的变化过程。由于所用风干土壤颜色较淡, 水分湿润后的区域颜色明显变重, 透过透明的有机玻璃箱壁湿润锋的位置看得非常清晰, 因此可在有机玻璃箱外壁上定时描绘出不同入渗时刻所对应的湿润锋的位置及形状。每组试验重复 3 次, 取其平均值作为试验结果。在入渗过程中用塑料薄膜覆盖在土壤表面, 避免蒸发对入渗的影响。

2 结果分析

2.1 地表点源入渗土壤湿润体的形状

如果供试土壤为均匀且各向同性的多孔介质, 并且滴头流量足够小以至于在地表没有自由积水出现, 同时忽略重力作用, 这样地表点源入渗的湿润体为半球体。然而由于滴头流量、土壤入渗性能以及重力作用的影响, 点源入渗有时会在地表形成一个随时间变化的积水区域。因为地表积水对入渗有明显的影响, 滴灌土壤湿润体的形状一般不是理想的半球体。由图1和图2可以看出, 滴头流量对滴灌

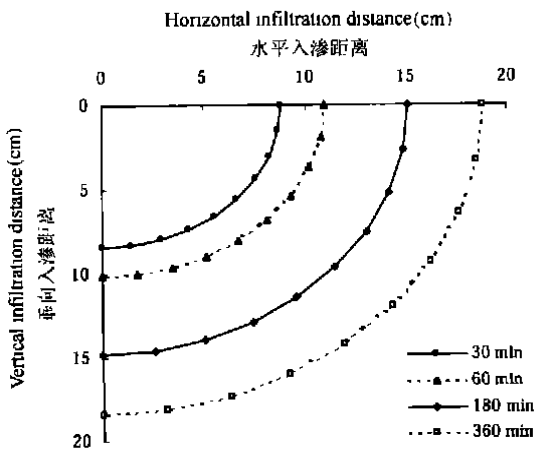


图1 湿润体形状观测结果(Q = 1 L h⁻¹)

Fig 1 Volume of wetted soil with the water flux being 1 L h⁻¹ during the infiltration

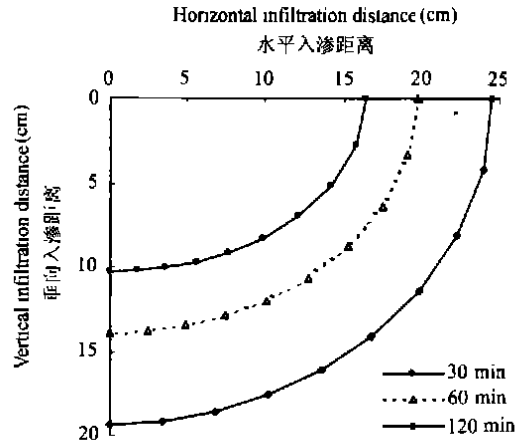


图2 湿润锋观测结果(Q = 4 L h⁻¹)

Fig 2 Volume of wetted soil with the water flux being 4 L h⁻¹ during the infiltration

土壤湿润体的形状有着明显的影响。在滴头流量为 1 L h⁻¹的情况下(图 1), 由于地表的积水面积较小, 水分在水平方向和垂向上的入渗速率接近, 土壤湿润体的形状接近于半球体。当滴头流量增大为 4 L h⁻¹时, 由于供水强度较大导致地表积水区域增加, 致使水平方向上水分扩散速率加快, 土壤湿润体的形状为半个椭球体(图 2)。随着入渗时间的延长垂向的重力作用变大, 垂向的水分入渗速率相对增加, 土壤湿润体的形状开始向半球体发展。地表滴灌的土壤湿润体形状受到土壤质地、土壤容重、滴头流量和入渗时间的影响, 一般并非为理想的半球体。考虑到一般情况, 假设地表点源入渗条件下土壤湿润体为半个椭球体, 为方便起见假设点源在坐标系的中心, 则过土壤湿润体对称轴的任一剖面为一椭圆, 该椭圆方程式为:

$$x^2/A^2 + y^2/B^2 = 1 \quad (1)$$

其中 A 代表湿润体的水平最大湿润距离 R(t), B 代表最大的垂向入渗距离 H(t)。表 2 为某次试验(Q = 1.3 L h⁻¹)中不同入渗时间不同观测角度上(湿

表 2 不同入渗时刻湿润锋距离点源的径向距离

Table 2 Radial distances from the wetting front and the point source at different infiltration time (cm)

Infiltration time (min)	观测角度 Observation angle				
	0°	30°	45°	60°	90°
10	6.5	6.7	6.3	6.0	5.3
30	9.9	9.3	9.5	8.7	8.4
50	11.3	11.7	11.6	11.2	10.5
100	13.9	14.8	14.8	14.1	13.6

润锋和滴头连线与水平方向之间的角度)湿润锋与滴头之间的径向距离观测结果。

现将 10 min 实测的 $A = 6.5$ (0° 角对应的入渗距离)、 $B = 5.3$ (90° 角对应的入渗距离)代入式(1),即:

$$\frac{x^2}{6.5^2} + \frac{y^2}{5.3^2} = 1 \quad (2)$$

设该时刻湿润体过对称轴的纵剖面上 30° 角对应的湿润锋的垂向坐标为 y , 则水平坐标 x 可表示为:

$$x = \text{tg } 30^\circ y = 0.577 y \quad (3)$$

将式(3)代入式(2)得:

$$\frac{(0.577y)^2}{42.25} + \frac{y^2}{28.09} = 1 \quad (4)$$

由式(4)解得 $y = 4.8$ cm, 代 $y = 4.8$ 入式(2)可得 $x = 2.7$ cm, 从而求得入渗 10 min 时湿润体剖面 30° 角对应的湿润锋距点源的径向距离:

$$R = \sqrt{4.8^2 + 2.7^2} = 5.5 \text{ cm} \quad (5)$$

同样可求得 45° 角、 60° 角湿润锋距离点源的距离分别为 5.65 cm 和 6.03 cm。30、50、100 min 湿润锋计算成果见表 3。从表 3 可看出计算的距离和实测距离有一定的差异,但其相对误差都保持在 8% 以内(除入渗的第 10 分钟外)。流量为 1、2、3 和 4 L h^{-1} 的分析结果一致,所以可以认为地表点源入渗条件下形成的湿润体是半个椭球体。

表 3 湿润锋实测与计算值的误差分析

Table 3 Error analysis of measurement and calculation for wetting front (cm)

入渗时间 Infiltration time (min)	测定角度 Observation angle								
	30°			45°			60°		
	实测值 Measurement	计算值 Calculation	相对误差 Relatively error (%)	实测值 Measurement	计算值 Calculation	相对误差 Relatively error (%)	实测值 Measurement	计算值 Calculation	相对误差 Relatively error (%)
10	6.7	5.50	21	6.3	5.65	11.5	6.0	6.03	0.5
30	9.3	9.51	2.2	9.5	9.09	4.5	8.7	8.7	0.0
50	11.7	11.10	5.4	11.6	10.9	6.4	11.2	10.7	4.6
100	13.9	13.82	0.5	14.8	13.75	7.6	14.1	13.6	3.1

2.2 湿润体体积和入渗时间、供水量的关系

以上分析表明,地表滴灌土壤湿润体的形状接近于半个椭球体,因此土壤湿润体的体积 $V(t)$ 可以用椭球体体积公式计算:

$$V(t) = 2\pi R^2(t)H(t)/3 \quad (6)$$

掌握特定土壤条件下,滴灌湿润体体积和入渗时间、供水量之间的关系,无论是对滴灌的设计工作还是田间的作物水分管理而言均具有重要的意义。对不同滴头流量条件下的点源入渗实测资料分析表明(图 3),滴灌土壤湿润体体积和灌水量之间存在显著的线性关系,在灌水量确定的条件下,滴头流量对湿润体体积影响很小,从流量为 2 L h^{-1} 到 4 L h^{-1} 的滴头流量范围内,对应于同一灌水量湿润体体积的差异保持在 5% 以内。从图 3 可以知道,在供水量一定的条件下,湿润体的体积和滴头流量无关,滴灌土壤湿润体体积 $V(t)$ 和供水量 W 之间存在显著的线性关系:

$$V(t) = 3.064 W \quad (7)$$

式(7)反映出粘壤土点源入渗的一种特性,即在灌水定额一定的条件下,土壤湿润体体积和所用滴头的流量无关。点源入渗中的地表积水水层很薄,这部分的体积和滴头提供的水量相比可以忽略不记,根据公式

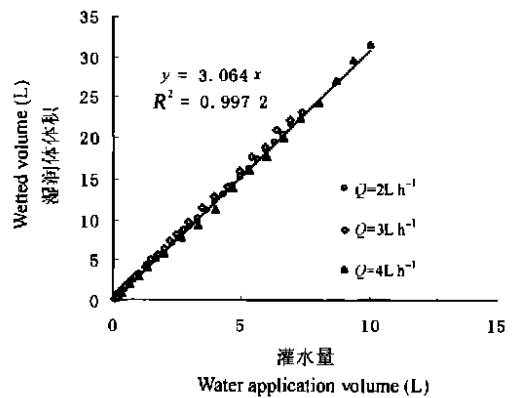


图 3 湿润体体积和灌水量的关系

Fig 3 The relationship between wetted soil volume and water application rate

(7) 可以计算出点源入渗过程中湿润体内土壤体积含水率的平均增量 $\Delta\theta$:

$$\Delta\theta = W/V(t) = W/3.064W = 0.326 \quad (8)$$

式(8)表明在粘壤土点源入渗过程中,土壤湿润体内平均体积含水率的增量和入渗时间、滴头流量无关保持为一定值 0.326。

对滴头流量为 2 L h^{-1} 、 3 L h^{-1} 和 4 L h^{-1} 的滴灌入渗过程中湿润体内平均含水率增量的分析表明,在

入渗过程中除前 3 min 平均含水率增量的数据点分布较分散外,在随后的入渗时间内该值接近于一定值 0.32,不受滴头流量和入渗时间的影响。在入渗的初始阶段,大流量滴头对应的湿润体平均含水率增量出现了很大的异常值。这些体积含水率值远远高于供试土壤的饱和导水率,出现异常值的原因在于入渗的初始阶段大流量滴头的供水强度超出了土壤的渗吸能力,地表出现了一活动的积水区域。随着积水范围不断增加,水分的入渗能力和滴头的供水强度达到平衡,而在此时间段内地表积水的体积被当作是渗入到湿润体内来计算,导致湿润体内平均含水率增量的计算值偏高。各个滴头流量条件下,根据实测不同入渗时刻湿润体的水平和垂向湿润锋,计算得到的滴灌入渗湿润体内体积含水率平均增量动态详细值见表 4。

表 4 不同流量条件下湿润体内平均体积含水率增量动态

Table 4 Dynamic variation of volume water content in wetted soil with the water flux

入渗时间 Infiltration time (min)	流量 Discharge Rate(L h ⁻¹)			
	5.3	2.0	3.0	4.0
5	0.52	0.34	0.36	0.37
10	0.48	0.30	0.27	0.33
30	0.35	0.29	0.29	0.35
60	0.32	0.30	0.30	0.35
90	0.31	0.32	0.32	0.34
150	0.32	0.32	0.32	0.32

对粘壤土滴灌入渗过程湿润体内平均含水率增量的分析知道,该值和滴头流量无关为一定值。为研究其原因,对质地不同的延安黄绵土进行了不同流量条件下的入渗试验,以流量为 2 L h⁻¹ 试验为例分析入渗过程中湿润体内平均含水率增量变化规律。从图 4 可以看出,在入渗过程中,黄绵土湿润体内平均含水率增量在入渗的开始阶段含水率增量较大,以后随入渗时间的增加而不断地变小,200 min 后基本上保持在 0.24 左右,不再随入渗时间而变化,这一动态变化规律和粘壤土的相似。但由于二者土壤质地差异的原因,黄绵土的稳定含水率增量较粘壤土的要低。黄绵土为粉沙壤土,相对于粘壤土而言其水分通透性高而保持水分的能力要差,土壤的水分动力特性导致了黄绵土的含水率稳定增量较低,因此在入渗过程中,在相同的灌水量条件下湿润体体积较粘壤土大。另外还对甘肃武威砂壤土进行了实验验证,取得了与上述试验一致的结果,即在入渗过程中,砂壤土湿润体内平均含水率增量在入渗的开始阶段含水率

增量较大,以后随入渗时间的增加而不断的变小,150 min 后基本上保持为一定值,不再随入渗时间而变化。

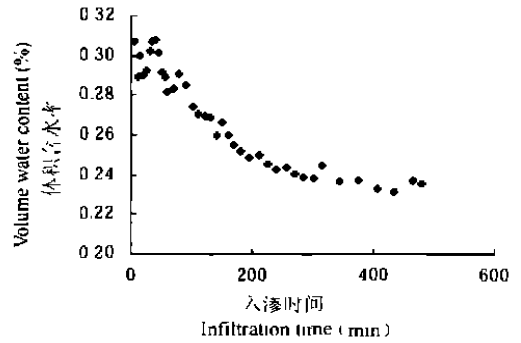


图 4 黄绵土湿润体平均含水率增量动态

Fig. 4 Dynamic trend of average water content in wetted volume of Huangmian soil

2.3 R(t)、H(t)与入渗时间的关系

滴灌入渗的地表水平湿润距离 $R(t)$ 和垂向入渗深度 $H(t)$ 是湿润体的 2 个重要的特征值,掌握特定土壤条件下不同滴头流量入渗过程中土壤湿润体特征值与入渗时间的关系(图 5,图 6),是确定滴灌毛管

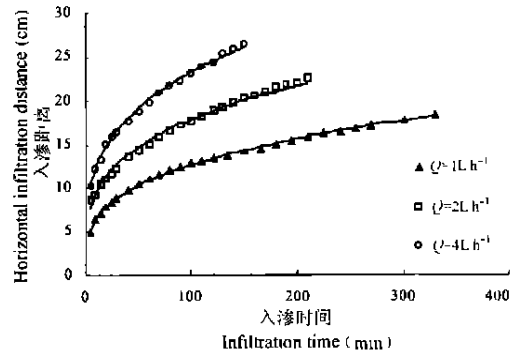


图 5 滴头流量对水平湿润锋的影响

Fig. 5 Horizontal wetting front in relation to flux at the nozzle

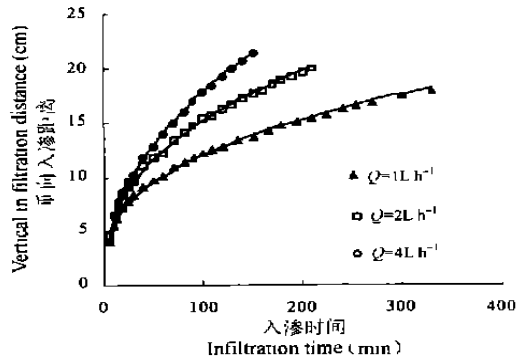


图 6 滴头流量对竖直湿润锋的影响

Fig. 6 Vertical wetting front in relation to flux at the nozzle

田间布置方式和滴头间距的重要依据。对粘壤土点源入渗水平 $R(t)$ 和垂向 $H(t)$ 入渗距离与入渗时间 t 的关系, 用幂函数、指数函数和对数函数关系进行回归分析:

$$\text{幂函数: } R(t) = at^b \quad H(t) = ct^d$$

$$\text{指数函数: } R(t) = ae^{bt} \quad H(t) = ce^{dt}$$

$$\text{对数函数: } R(t) = a \ln t + b \quad H(t) = c \ln t + d$$

拟合结果(见表5和表6)表明, 幂函数能够非常精确地描述点源入渗湿润锋和入渗时间的关系, 相关系数的平方值 R^2 均在0.988以上。对数函数的相

表5 滴灌入渗水平湿润锋和入渗时间关系拟合结果

Table 5 Results of the fitting of relationship between horizontal wetting front and duration of point source infiltration

函数类型 Function style	$Q = 1 \text{ L h}^{-1}$			$Q = 2 \text{ L h}^{-1}$			$Q = 4 \text{ L h}^{-1}$		
	a	b	R^2	a	b	R^2	a	b	R^2
幂函数 Power function	3.1324	0.3042	0.9993	4.9155	0.2804	0.988	6.3525	0.2818	0.9971
指数函数 Exponent function	8.0561	0.0031	0.7899	10.659	0.0042	0.8921	12.999	0.0055	0.8765
对数函数 Logarithm function	3.2850	-1.8816	0.9752	4.1356	-0.7776	0.9537	4.9663	0.363	0.9716

表6 滴灌入渗垂向湿润锋和入渗时间关系拟合结果

Table 6 Results of the fitting of relationship between vertical wetting front and duration of point source infiltration

函数类型 Function style	$Q = 1 \text{ L h}^{-1}$			$Q = 2 \text{ L h}^{-1}$			$Q = 4 \text{ L h}^{-1}$		
	c	d	R^2	c	d	R^2	c	d	R^2
幂函数 Power function	2.4724	0.3445	0.9962	2.6016	0.3834	0.9986	2.1219	0.4624	0.9963
指数函数 Exponent function	7.2456	0.0035	0.7691	7.6804	0.0055	0.8250	6.9731	0.0088	0.8340
对数函数 Logarithm function	3.4468	-3.1592	0.9746	4.3734	-4.4417	0.9701	5.2359	-6.3934	0.9624

关性较幂函数稍差, 而指数函数的相关系数较低, 不能够用来正确表示点源入渗湿润锋和时间的关系。综上所述, 粘壤土点源入渗的水平湿润锋和垂向湿润锋与入渗时间存在极显著的幂函数关系, 利用该函数关系能够很精确地表示点源入渗湿润锋的发展过程。

2.4 地表滴灌湿润体特征值经验解模型

由前面的分析可知, 地表滴灌湿润体的形状接近于半个椭球体, 入渗过程中湿润体的体积和供水量之间存在线性关系, 水平和垂向湿润距离和入渗时间呈极显著的幂函数关系。因此, 设水平最大湿润半径为 $R(t) = at^b$, 垂向最大入渗距离 $H(t) = ct^d$, 其中 a 、 b 、 c 、 d 为根据实际入渗资料拟合得到的系数。根据椭球体体积计算公式可求得滴灌湿润体体积 $V(t)$ 为:

$$V(t) = 2\pi R^2(t) h(t) / 3 = 2\pi a^2 t^{2b} c t^d / 3 = 2\pi a^2 c t^{2b+d} / 3 \quad (9)$$

根据湿润体体积 $V(t)$ 和供水量 W 、平均体积含水率增量 $\Delta\theta$ 关系知道:

$$V(t) = W / \Delta\theta = qt / \Delta\theta \quad (10)$$

上式中 q 表示滴头流量, t 表供水时间。(9)和(10)两式理论上应相等, 即 $2\pi a^2 c t^{2b+d} / 3 = qt / \Delta\theta$, 该式两边同一变量 t 的幂次相等:

$$t^{2b+d} = t \quad \text{即 } 2b+d = 1 \Rightarrow d = 1 - 2b;$$

$$2\pi a^2 c / 3 = q / \Delta\theta \Rightarrow c = 3q / 2\pi a^2 \Delta\theta$$

从而得到包含与水平入渗有关的两个参数的滴灌湿润体特征值经验解:

$$\text{水平最大湿润距离: } R(t) = at^b$$

$$\text{垂向最大入渗距离: } H(t) = (3q / 2\pi a^2 \Delta\theta) t^{1-2b}$$

$$\text{湿润体体积: } V(t) = qt / \Delta\theta$$

湿润体内平均含水率增量 $\Delta\theta$ 在入渗过程中为一常量, 是所用土壤特性的反映, 可通过试验获得。参数 a 和 b 为水平湿润距离和入渗时间关系的拟合参数, 二者通过对地表湿润锋的观测易于获得。本经验解简化了滴灌土壤湿润体特征值的求解过程, 避免了对难于观测的垂向入渗深度所含参数的求解, 这个模型为滴灌的毛管布置及滴灌作物的水分管理提供了科学依据, 具有明确的应用意义。

3 结论

1) 点源入渗的土壤湿润体形状受到滴头流量和入渗时间的影响, 一般条件下, 地表点源入渗条件下土壤湿润体为半个椭球体。滴灌湿润体水平和垂直方向的入渗距离与入渗时间存在显著的幂函数关系。

2) 滴灌土壤湿润体体积和灌水量之间存在显

著的直线关系, 在灌水量确定的条件下, 滴头流量对湿润体体积影响很小, 从流量为 $2\sim 4\text{ L h}^{-1}$ 的滴头流量范围内, 对应于同一灌水量湿润体体积的最大差异保持在 5% 以内。

3) 点源入渗过程中, 土壤湿润体内平均体积含水率的增量和入渗时间、滴头流量无关, 保持为一定值, 在本试验条件下杨凌粘壤土的平均体积含水率增量为 0.326。

4) 提出了具有一定物理意义的滴灌土壤湿润体特征值经验解模型。

参考文献

- [1] 张振华, 蔡焕杰, 郭永昌, 等. 滴灌土壤湿润体影响因素的实验研究. 农业工程学报, 2002, 18(2): 17~ 20. Zhang Z H, Cai H J, Guo Y C, *et al.* Factors affecting volume of wetted solum in clay loam under drip irrigation (In Chinese). Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2002, 18(2): 17~ 20
- [2] 汪志荣, 王文焰, 王全九, 等. 点源入渗土壤水分运动规律实验研究. 水利学报, 2000, (6): 39~ 44. Wang Z R, Wang W Y, Wang Q J, *et al.* Soil water movement from a point source (In Chinese). Journal of Hydraulic Engineering, 2000, (6): 39~ 44
- [3] 李光永, 曾德超. 滴灌土壤湿润体特征值的数值算法. 水利学报, 1997, (7): 1~ 6. Li G Y, Zeng D C. The mathematical method for calculating characteristic value of wetted solum under surface drip irrigation (In Chinese). Journal of Hydraulic Engineering, 1997, (7): 1~ 6
- [4] Brandt A, Bresler E, Dine N, *et al.* Infiltration from a trickle source: Mathematical model. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 1971, 35: 675~ 682
- [5] Or D, Coelho F E. Soil water dynamics under drip irrigation: Transient flow and uptake models. Soil Sci. Soc. Am. J., 1996, 60: 2017~ 2025
- [6] Omary M, Ligon J T. Three-dimensional movement of water and pesticide from trickle irrigation: Finite element model. Transactions of ASAE, 1992, 35(3): 811~ 821
- [7] Zhang R. Modelling flood and drip irrigations. ICID Journal, 1996, 45(2): 81~ 92
- [8] Zhuge Y P, Zhang X D, Zhang Y L, *et al.* Tomato root response to subsurface drip irrigation. Pedosphere, 2004, 14(2): 205~ 212

AN EMPIRICAL SOLUTION OF CHARACTERISTIC VALUES OF WETTED SOLUM UNDER SURFACE DRIP IRRIGATION

Zhang Zhenhua^{1,2} Cai Huanjie¹ Yang Runya²

(1 The Key Laboratory of Agriculture Soil and Water Engineering, Northwestern Science and Technical University of Agriculture and Forestry, Yangling, Shaanxi 712100, China)

(2 The Geography and Resource Management College of Yantai Normal University, Yantai, Shandong 264025, China)

Abstract Experiments on infiltration from a surface point source were conducted in the laboratory. The results showed that the wetted solum appeared in the shape of a semi-elliptic cone and that remarkable power function relations were observed between horizontal and vertical wetting fronts and the infiltration time and a significant linear relationship the volume of wetted solum and the volume of water applied; When the volume of water applied was kept the same, the volume of wetted solum did not vary much with the dripping rate, which was kept in range of $2\sim 4\text{ L h}^{-1}$; in the process of point source infiltration, the increment in soil water content had nothing to do with duration of the infiltration and the dripping rate, but appeared to a constant value being 0.326 for clay loam soil in this experiment. Based on the above-said findings, a model for empirical solution of characteristic values of wetted solum under surface drip irrigation was presented to predict horizontal and vertical wetting front and volume of wetted soil.

Key words Point source infiltration; Characteristic value of wetted solum; Increment in water content; Empirical solution