

土壤持水曲线 van Genuchten 模型求参的一种新方法*

刘贤赵 李嘉竹 张振华

(鲁东大学地理与规划学院, 山东烟台 264025)

A NEW METHOD TO ESTIMATING PARAMETERS OF VAN GENUCHTEN MODEL FOR SOIL WATER RETENTION

Liu Xianzhao Li Jiazhu Zhang Zhenhua

(College of Geography and Planning, Ludong University, Yantai, Shandong 264025, China)

关键词 土壤持水曲线; van Genuchten 模型; DPS 数据处理系统; Marquardt 方法
中图分类号 S152.7 文献标识码 A

土壤持水曲线是研究土壤水动力学性质必不可少的重要参数。在已经建立的众多数学模型中, van Genuchten 模型以其与实测数据拟合程度好而得到广泛的应用, 而运用该模型的关键是如何获得其中的 4 个参数。仅就我国而言, 不少学者投入大量的精力发展了确定 van Genuchten 模型参数的方法。邵明安等^[1~3]基于一维土壤水分运动的 Richards 方程提出了推求土壤 van Genuchten 模型和 Brooks-Corey 模型参数的简单入渗法; 王金生等^[4]将最小二乘法和非线性单纯形法相结合拟合了 van Genuchten 模型参数; 徐绍辉等^[5]也借助最小二乘法并结合 Picard 迭代法拟合了砂质黏壤土的 van Genuchten 模型参数; 李春友等^[6]也利用单纯形调优法拟合 van Genuchten 模型的参数; 魏义长等^[7]运用 Matlab 编程软件对辽西淋溶褐土 van Genuchten 模型的参数进行了推导估算。尽管上述方法均得到了较好的拟合结果, 但这些方法要么借助于土柱入渗试验, 要么其算法需要编程, 或者需要专用软件, 存在耗时、费力和利用效率低等问题。

Matlab 软件^[8]虽然功能强大, 但其工作界面对我国科学工作者来说较难适应, 而且要求非常专业的数学知识和较高的外语水平, 算法需要编程, 这在一定程度上限制了在国内土壤物理领域的应用范围。本文采用已购买的 DPS^[9] (Data Processing Sys-

tem, 简称 DPS) 数据处理系统求解此问题, 则使该问题变得非常容易。

1 van Genuchten 模型

van Genuchten 模型是表征非饱和土壤持水能力的重要曲线, 是获得其他土壤水动力参数及土壤水分参数的基础。它的具体表达形式为^[10]

$$\theta = r + \frac{s - r}{[1 + (\alpha \cdot h)^n]^m}$$

式中, θ 为土壤体积含水量 ($\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$), h 为负压水头 ($-\text{cm H}_2\text{O}$), s 、 r 分别为土壤饱和含水量和残余含水量 ($\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$), α 为与土壤平均孔隙半径有关的参数 (cm^{-1}), n 为曲线形状参数, $m = 1 - 1/n$ 。鉴于土壤水分测定方法的习惯表示, 本文以土壤水吸力值 (+) 替代压力水头 (-), 以质量含水量 (g g^{-1}) 替代体积含水量 ($\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$), 应用 DPS 数据处理系统进行模型参数求解。

2 van Genuchten 模型参数求解

DPS 数据处理系统是由唐启义于 1997 年设计研制的通用多功能数理统计和数学模型处理平台, 现已发展到 8.01 版本^[11]。它将数值计算、统计分

*国家自然科学基金项目 (No. 40101005, No. 50609022) 资助

作者简介: 刘贤赵 (1970~), 男, 湖南隆回人, 教授, 博士, 主要从事区域水土资源高效利用研究。E-mail: xianzhaoliu@sina.com

收稿日期: 2006-09-21; 收到修改稿日期: 2007-03-23

析、模型模拟以及画线制表等功能融为一体,具有接近自然语言的数学表达方式和功能完备的数据编辑电子表格,特别是在数学模型处理方面实现了“所想即所见,所见即所得”。本文应用 DPS 数据处理系统,采用直接解和最速下降法相结合的 Marquardt 方法,以平方和最小为目标,对 van Genuchten 模型进行求解,获取待估参数,实现快速准确地解决问题。具体步骤如下:

2.1 编辑并定义数据块

在 DPS 系统电子表格中编辑数据和定义数据块。一行为一个样本,一列为一个变量,并将待分析的数据定义成数据块。在数据块中,第 1 列为 x_1 ,

第 2 列为 x_2 ,余此类推,其排列顺序是自变量在前,因变量在后。下面以来自文献[7]中东北褐土的一组数据(表 1)为例,依照数据格式输入实验数据,即第 1 列为自变量(土壤水吸力),第 2 列为因变量(土壤含水量),并定义成数据块(图 1 上部阴影区域)。

表 1 褐土土壤水吸力和相应含水量^[7]

土壤水吸力 (h, cm)	土壤含水量 (, g g ⁻¹)	土壤水吸力 (h, cm)	土壤含水量 (, g g ⁻¹)
0	0.565 0	992.7	0.230 7
50.65	0.401 3	5 065	0.192 6
293.8	0.250 2	10 130	0.181 2
790.1	0.232 4	15 195	0.173 0

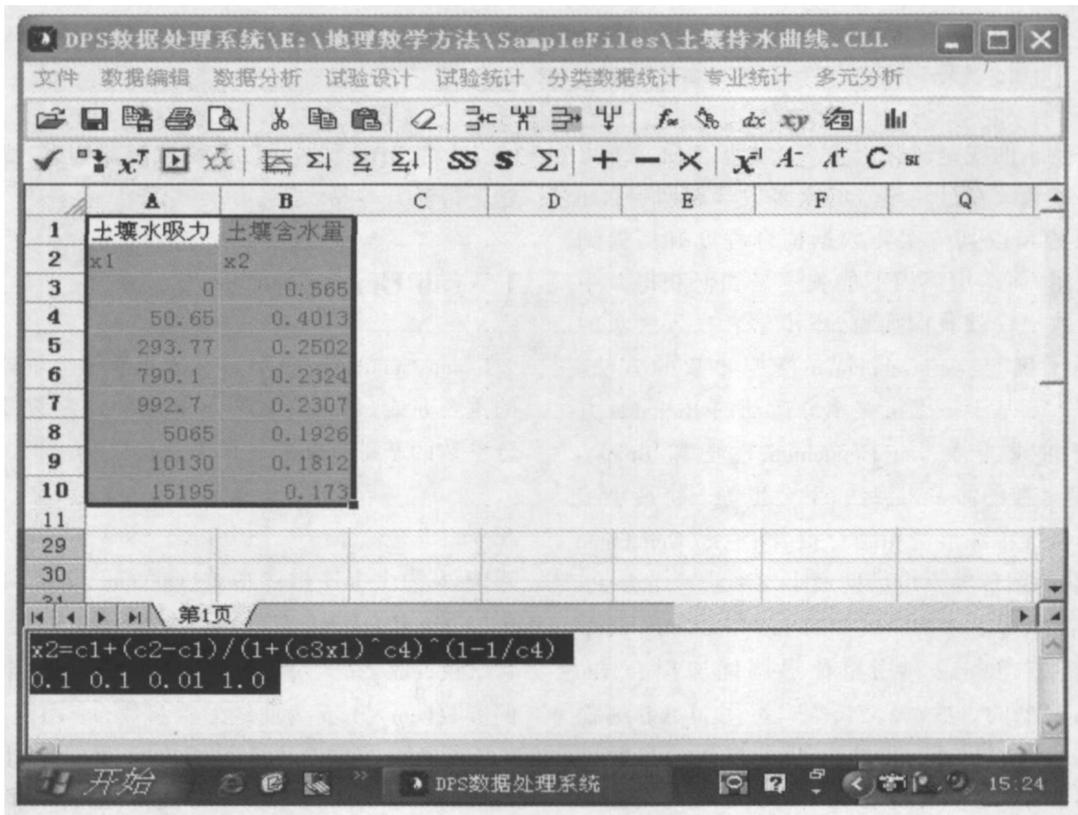


图 1 van Genuchten 模型求参数数据、公式编辑与定义

2.2 定义公式块

定义数据块后,再在屏幕下部文本编辑器窗口中写入数学模型表达式,并用鼠标定义成公式块。对需要进行参数求解的数学模型,必须将其定义成系统能够识别处理的形式:第 1 行输入待拟合的数学方程表达式(等号左边为因变量,等号右边是由待估参数组合起来的表达式,公式中待求参数用 c_1, c_2, \dots, c_m 表示,从 1 开始按顺序定义;用 x_1, x_2, \dots, x_p 代表数据矩阵中的各列数据),第 2 行输入待估参数的初始值,

各初始值之间用空格隔开。对于 van Genuchten 模型而言,由于因变量位于数据块的第 2 列,自变量 h 位于数据块的第 1 列,因此令 $x_2 =$, $x_1 = h$ 。又因式中有 4 个待求参数 $r, s,$ 和 n ,在定义公式时则分别用 c_1, c_2, c_3, c_4 表示。定义公式块时,若不给出初始值就进行参数求解,拟合结果就不收敛,因此必须给出各个参数的初值。分析 van Genuchten 模型性质,给出参数初值 $c_1 = 0.1, c_2 = 0.1, c_3 = 0.01, c_4 = 1.0$,定义成公式块(图 1 下部阴影处)。

2.3 菜单操作

在 DPS 系统界面下,进入菜单,选择“数学模型 单因变量参数估计 麦夸特方法”,按回车后系统自动输出方差分析表、系数 c_i 的协方差阵、系

数 c_i 的相关阵、模型参数拟合值及其标准误差、 t 检验值和相应的显著水平以及各样本因变量的观察值、拟合值、残差、标准残差等,具有较强的可读性(图 2)。

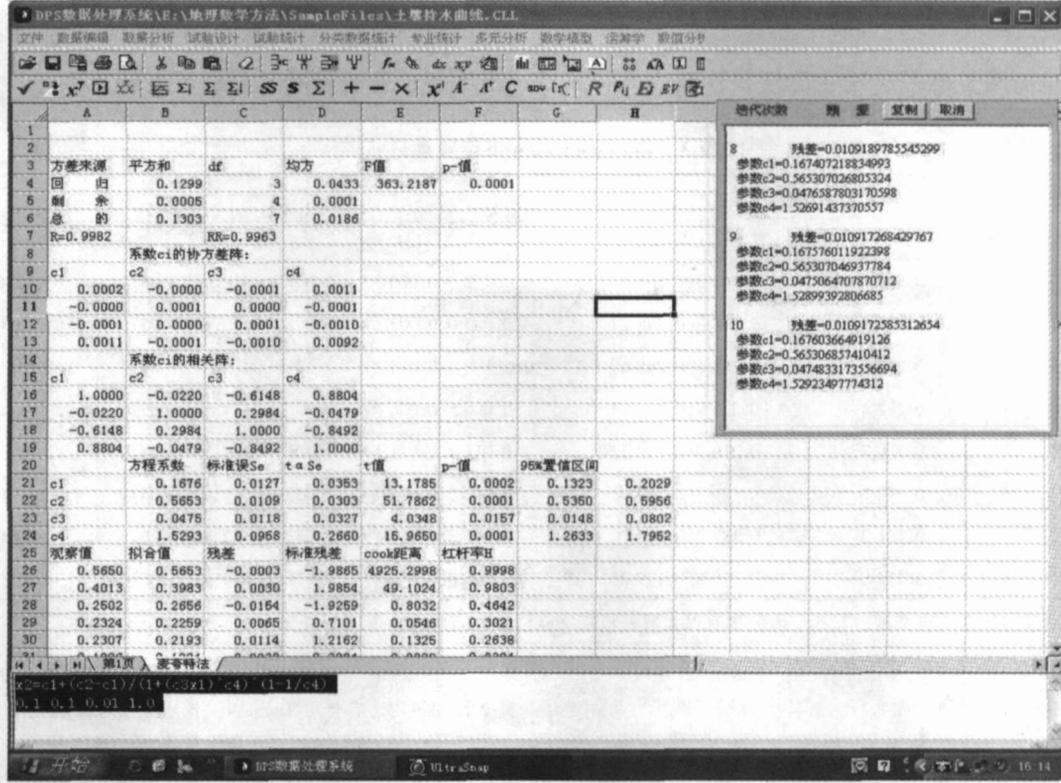


图 2 van Genuchten 模型参数估计结果界面

3 模型参数显著性检验

模型求参效果如何,还需要对得到的回归方程进行显著性检验,本文选取比较适合于非线性模型的方差分析和残差分析等进行检验,并与文献[7]进行比较。

3.1 模型拟合效果的方差分析

根据上述方法,由土壤水吸力和土壤水分含量

实测数据得到了 van Genuchten 土壤持水曲线模型中 4 个参数 r_s 、 s 、 n 和 h 的值(图 2),并由此确定了如下方程式。

$$= 0.1676 + \frac{0.5653 - 0.1676}{[1 + (0.475 \times h)^{1.5293}]^{1-1.5293}}$$

现将回归所得模型进行方差分析(通常的方差分析为 F 检验),结果列于表 2。从图 2 和表 2 可以看出,本文将 DPS 处理系统作为一种新平台,通过 10 次迭代,成功地解决了 van Genuchten 非线性模型

表 2 van Genuchten 模型方差分析

实现方法	方差来源	平方和	自由度	均方	F 检验	显著水平
DPS	回归	0.1299	3	0.0433	363.2187	0.0001
	剩余	0.0005	4	0.0001		
	总的	0.1303	7	0.0186		
Matlab	回归	0.1299	3	0.0433	457.23	1.5836E-05 ¹⁾
	剩余	0.0004	4	9.48E-05		
	总的	0.1303	7	0.0186		

1) 文献[7]中的显著水平 p-value 是用 Excel 软件计算得到的

求参问题。模型检验, F 值等于 363.217 8, 显著水平 $p = 0.000 1$, 达极显著水平。相关系数为 0.998 2, 拟合度(决定系数 R^2) 99.63%, 与文献[7]用 Matlab 软件计算的参数值具有相同的精度, 若从实用效果上讲, 工效和通用性有明显的提高。

3.2 残差分析

表 3 是由求参结果所建立的模型计算值与实测

值之间的残差分析。由表 3 可以看出, 采用 DPS 和 Matlab 得到的残差平方和均非常小, 分别为 $4.770 4E-04$ (DPS) 和 $4.776 5E-04$ (Matlab), 均小于 0.000 5, 计算值与实测值非常接近。除个别点的相对误差稍大外, 大部分均在 5% 以内, 这与方差分析得出的结果相一致, 表明用 DPS 数据处理系统求解土壤持水曲线参数是合理可靠的。

表 3 van Genuchten 模型残差分析¹⁾

土壤水吸力 (h , cm)	土壤含水量		残差($m - e$)	残差平方($m - e$) ²	相对误差 ²⁾ (%)
	实测值(m , $g\ g^{-1}$)	计算值(e , $g\ g^{-1}$)			
0	0.565 0	0.565 3(0.565 3)	- 0.000 3(- 0.000 3)	9.00E- 08(9.00E- 08)	0.053(0.053)
50.65	0.401 3	0.398 3(0.398 2)	0.003 0(0.003 1)	9.00E- 06(9.61E- 06)	0.748(0.778)
293.8	0.250 2	0.265 6(0.265 6)	- 0.015 4(- 0.015 4)	2.37E- 04(2.37E- 04)	6.155(6.155)
790.1	0.232 4	0.225 9(0.225 9)	0.006 5(0.006 5)	4.23E- 05(4.23E- 05)	2.797(2.797)
992.7	0.230 7	0.219 3(0.219 3)	0.011 4(0.011 4)	1.30E- 04(1.30E- 04)	4.941(4.941)
5 065	0.192 6	0.189 4(0.189 4)	0.003 2(0.003 2)	1.02E- 05(1.02E- 05)	1.662(1.662)
10 310	0.181 2	0.182 7(0.182 7)	- 0.001 5(0.001 5)	2.25E- 06(2.25E- 06)	0.828(0.828)
15 195	0.173 0	0.179 8(0.179 8)	- 0.006 8(0.006 8)	4.62E- 05(4.62E- 05)	3.931(3.931)

1) 表中括号内数据来自文献[7], 括号内的相对误差数据根据文献[7]计算而得; 2) 相对误差 = $| (m - e) / m | \times 100\%$

4 结 论

本文运用 DPS 数据处理系统求解 van Genuchten 模型中的 4 个参数, 不需要复杂的运算符号和繁琐的数学推导, 具有操作简单、求解快速、可读性强的优点, 真正使复杂数学问题实现了“所想即所见, 所见即所得”。

DPS 数据处理系统提供的麦夸特(Marquardt)算法, 以绝对平方和为最小目标, 获取待估参数, 成功地对 van Genuchten 模型的参数进行了求算。显著性检验表明, 回归结果达极显著水平, 其残差平方和为 $4.770 4E-04$, 相对误差范围在 0.05% ~ 7.0%, 与文献[7]中用 Matlab 软件计算的参数值相同具有很高的精度, 但从实用效果上讲, 工效和通用性有明显的提高。从而为土壤学工作者提供了一条运用数值计算方法的新途径。

参 考 文 献

[1] Shao M A, Robert H. Integral method for estimating soil hydraulic

properties. Soil Sci. Soc. Am. J., 1998, 62: 585 ~ 592

- [2] 邵明安, 王全九, Horton R. 推求土壤水分运动参数的简单入渗法 I. 理论分析. 土壤学报, 2000, 37(1): 9 ~ 16
- [3] 邵明安, 王全九, Horton R. 推求土壤水分运动参数的简单入渗法 II. 实验. 土壤学报, 2000, 37(2): 1 ~ 8
- [4] 王金生, 杨志峰, 陈家军. 包气带土壤水分滞留特征研究. 水利学报, 2000, 1(2): 1 ~ 6
- [5] 徐绍辉, 张佳宝. 求土壤水力特征的一种迭代方法. 土壤学报, 2000, 37(3): 271 ~ 274
- [6] 李春友, 任理, 李保国. 利用优化方法求算 van Genuchten 方程参数. 水科学进展, 2001, 12(4): 473 ~ 478
- [7] 魏义长, 刘作新, 康玲玲. 土壤持水曲线 van Genuchten 模型求参的 Matlab 实现. 土壤学报, 2004, 41(3): 380 ~ 386
- [8] 苏金明, 阮沈勇. Matlab 6.1 实用指南. 北京: 电子工业出版社, 2002. 93 ~ 97
- [9] 唐启义, 冯光明. 实用统计分析及其 DPS 数据处理系统. 北京: 科学出版社, 2002. 332 ~ 342
- [10] van Genuchten M Th. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil Sci. Soc. Am. J., 1980, 44: 892 ~ 898
- [11] 唐启义. 实验设计、数据处理的必需工具 DPS. <http://www.chinadps.net/download.htm/>, 2007-03-03