

均质土壤一维非饱和流动通用程序

杨诗秀 雷志栋 谢森传

(清华大学水利系)

摘要

本文建立了一个非饱和土壤水一维流动的数值计算模型,用以模拟均质土壤、地下水埋藏很深,且在不同的初始条件与边界条件下的水分运动。可用来计算土壤剖面入渗、蒸发、蒸腾和再分配以及当这些现象交替出现时的水分运动过程。程序用 FORTRAN 语言编写,在 M-150 计算机上实现,并经室内试验初步检验。用该程序计算了几个算例:(1)稳定蒸发与波动蒸发的比较;(2)稳定降雨入渗土壤水分变化状况;(3)小麦生育期土壤剖面水分变化。

随着电子计算机技术的日益推广,用数学模拟方法分析土壤中水分运动已得到了发展。很多非饱和带水分运动可近似为一维流动问题。编制一维流动通用程序,用于模拟在降雨、蒸发、蒸腾、内排水等条件下的水分运动,有助于分析土壤水分的利用和水分动态预报。这对于发展农田水利、水资源、土壤物理学科都是很有意义的。研究土壤水运动的数值模拟,仅有二十多年的历史。本文所建立的模拟模型力图在这一领域作些有益的探索。

一、模型的描述¹⁾

在不考虑温度影响的均质土壤中,地下水位埋藏较深时,一维非饱和流动的基本方程是:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial k(\theta)}{\partial z} - S_r \quad (1)$$

式中, $\theta [L^3 L^{-3}]$ 为体积含水率, $D(\theta) [L^2 T^{-1}]$, $K(\theta)$, $[L T^{-1}]$ 分别是非饱和土壤水扩散率与导水率, $t [T]$ 为时间, $z [L]$ 为距离, z 向下为正, $S_r [L^3 T^{-1} L^{-3}]$ 为考虑根系吸水的源汇项。

该方程表示非饱和土壤水流动所遵循的规律。不同的实际问题可用不同的初始及边界条件描述,与基本方程组成定解问题。本模型考虑的是:

1. 初始条件 $\theta = \theta_i(x)$, $z > 0$, $t = 0$ 。当剖面初始含水率均匀时, $\theta = \theta_i$;

2. 下边界条件 地下水位埋藏很深,土壤深处含水率均匀分布且恒定。即:

$$\theta = \theta_i, z = L \text{ (或 } z \rightarrow \infty) t > 0。$$

1) 参见清华大学农水教研组编写的《非饱和土壤运动基本原理》,1980年。

此处, 由于 $\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$, 亦即 $\frac{\partial S}{\partial z} = 0$ (S 为土壤水吸力)。

$$q = K(\theta) \frac{\partial S}{\partial z} + K(\theta) = K(\theta_0) \quad (2)$$

式中 q 是下边界通量。由 (2) 式可见此时下边界第 I 类边界条件等价于通量为 $K(\theta_0)$ 的第 II 类边界条件。

3. 上边界可以有如下情况

入渗: (1) 地表保持湿润或极薄水层, 这是近似地面灌溉中的畦灌, 相当于第 I 类边界条件,

$$\theta = \theta_0, \quad z = 0, \quad t > 0$$

θ_0 为接近或等于饱和含水率。(2) 地表通量已知, 即认为表面供水强度 (降雨或喷灌) 已知, 但未超过土壤入渗强度, 不形成积水或表面径流, 相当于第 II 类边界条件:

$$D(\theta) \frac{\partial z}{\partial \theta} - K(\theta) = -R(t), \quad z = 0, \quad t > 0$$

(3) 地表通量已知, 但经历一定时间后超过土壤入渗能力, 此时假定形成径流泄走, 不形成缺水, 这种情况可近似为:

$$D(\theta) \frac{\partial z}{\partial \theta} - K(\theta) = -R(t) \quad z = 0, \quad t_0 > t > 0$$

$$\theta = \theta_0, \quad z = 0, \quad t > t_0$$

t_0 为供水强度超过土壤入渗强度的起始时间。

蒸发: (1) 当土壤以某一蒸发率 E , 蒸发时, 相当于第 II 类边界条件:

$$D(\theta) \frac{\partial z}{\partial \theta} - K(\theta) = E, (t) \quad z = 0, \quad t > 0.$$

(2) 当外界蒸发力很大, 在很短时间内地表被干燥为接近于风干含水率 θ_0 , 此即相当于第 I 类边界条件:

$\theta = \theta_0, \quad z = 0, \quad t > 0$ 。(3) 当土壤以某一蒸发率 E , 蒸发, 经时间 t_0 后, 地表达风干含水率:

$$D(\theta) \frac{\partial z}{\partial \theta} - K(\theta) = E, (t) \quad z = 0, \quad t_0 > t > 0$$

$$\theta = \theta_0, \quad z = 0, \quad t > t_0$$

再分配(或内排水)过程: 此时相当于上边界为第 II 类条件, 但通量为零,

$$D(\theta) \frac{\partial z}{\partial \theta} - K(\theta) = 0 \quad z = 0, \quad t > 0$$

根系吸水强度采用了二种简化模型:

(1) 认为在根系深度范围内, 各处根系吸水强度相等, 亦即若蒸腾强度 E_{pl} (毫米/天) 和根系深度 h_r (厘米) 已知, 则:

$$S_r = \frac{E_{pl}}{h_r} \quad 0 \leq z \leq h_r \quad (3)$$

(2) 考虑到根系深度范围内根的密度分布, 将根系层分为 n 层, 每层厚度为 h_r/n 。每的根系密度系数 (层内根长与总根长比) 为 k_1, k_2, \dots, k_n , 则每层的根系吸水系数可近似

层用下式:

$$S_{ri} = \frac{k_i E_{pl}}{h_r} \quad i = 1, 2, \dots, n_0 \quad (4)$$

二、模型的实现

上述模型用 FORTRAN 语言编写程序在 M-150 计算机上计算。程序中包括一个主程序和六个子程序,适用于计算地表是第 I 类边界条件和第 II 类边界条件的问题,也

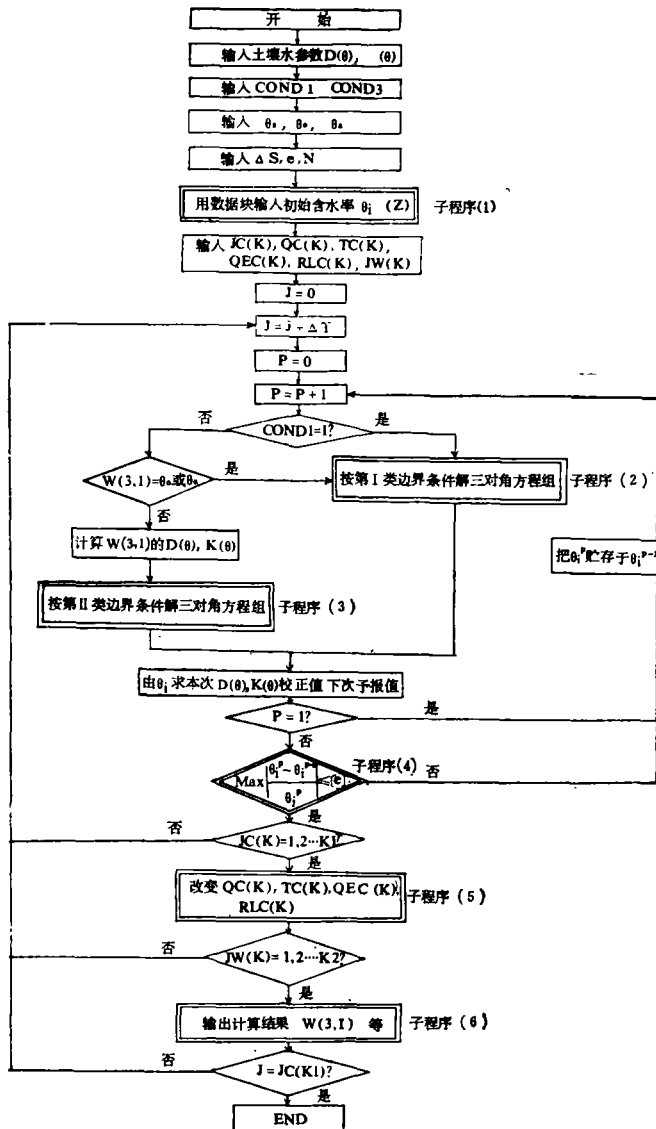


图 1 一维通用程序主程序框图

Fig. 1 Schematic diagram of main program in general programs of one-dimensional flow

适用于计算入渗时土壤剖面由通量控制转向剖面控制,或地表因蒸发含水率到达风干值,即由第 II 类边界条件转向第 I 类边界条件的情况。

本程序采用有限差分法进行计算。基本方程离散化后写成的代数方程组是一个三角方程组,用消元回代法求解^[2]。基本方程的非线性处理采用的是预报校正迭代法。土壤水参数 $D(\theta), K(\theta)$ 均由实验提供并用经验公式概化成:

$$D(\theta) = D_s \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^\alpha \quad (5)$$

$$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^\beta \quad (6)$$

式中 θ_s 是饱和含水率, K_s 是饱和导水率, α, β, D_s 是经验系数。由于 $D(\theta)$ 变化范围很大,因此,取 $D(\theta_{i+\frac{1}{2}}), D(\theta_{i-\frac{1}{2}})$ 时用三点式。

程序中距离是定步长。时间是变步长,可以根据需要任意改变。地表条件(入渗、蒸发、再分配等)可以交错地出现。入渗、蒸发通量均可根据需要任意改变。蒸腾强度和根系长度亦可以随时间变化。总之,程序具有较大的灵活性,可作为计算无地下水位均质土

表 1 框图中符号表

Table 1 Explanation of symbols in the schematic diagram

符 号 Symbols	说 明 Explanation
$D(\theta)$	土壤水扩散率,程序中用公式给出。
$K(\theta)$	土壤水非饱和导水率,程序中用公式给出。
COND1	COND1 = 1, 上边界为第 I 类边界条件; COND1 = 2, 上边界为第 II 类边界条件。
COND3	COND3 = 1, 下边界为第 I 类边界条件; COND3 = 2, 下边界为第 II 类边界条件。
θ_s	饱和含水率
θ_0	地表含水率接近饱和的某一含水率
θ_a	地表风干含水率
$\theta_i(x)$	初始含水率
Δs	距离步长
Δt	时间步长
[ϵ]	迭代计算允许误差
N	剖面结点数
QC(K)	供水强度 $R(t)$, 表土蒸发强度 $E_s(t)$ 的改变值。
TC(K)	时间步长改变值
QEC(K)	蒸发强度改变值
RLC(K)	根系长度改变值
JC(K)	改变 QC(K), TC(K), QEC(K) 或 RLC(K) 时间。
JW(K)	输出计算结果时间
W(3,I)	存贮时段末含水率的二维数值
W(3,1)	时段末地表含水率
P	试算次数
Q _P	第 P 次试算的各结点含水率结果
I	循环变量
J	循环变量
K	循环变量

注: COND3 的变化编在子程序(2)、(3)中,主程序中未用。

壤水分运动的通用程序。

计算程序的主框图见图 1;框图中符号见表 1。

三、程序的检验

一个程序若未经检验,很难相信它的有效性。本程序检验是通过数值计算与室内试验所获得的资料进行比较而实现的。分别检验了第 I 类边界条件与第 II 类边界条件的数值模拟。

一种砂壤土, $D(\theta) = 278.3G^{3.85}$, $K(\theta) = 1.42G^{10.24}$ (式中 G 为饱和度), 初始含水率 $\theta_i = 0.025$ 。按要求的容重将土壤装在水平的有机玻璃槽中做成土柱。在土柱一端放水,构成一边界含水率已知的进水条件(即第 I 类边界条件)。经入渗 150 分钟后,测定土柱含水率分布(图 2)。用同样的基本数据输入通用程序,数值计算所得的含水率分布也示于图中。对比两者,可见数值计算结果与试验实测资料符合良好。

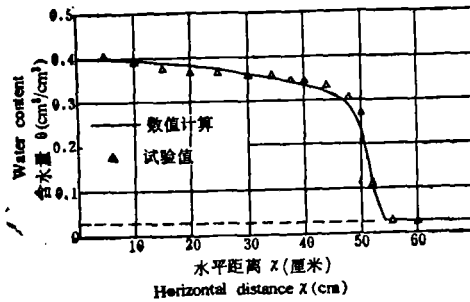


图 2 第一类边界条件下水平入渗试验与数值计算的比较

Fig. 2 Comparison between horizontal infiltration test and numerical calculation under first group of boundary condition

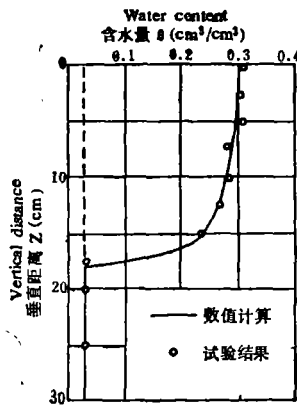


图 3 第二类边界条件下垂直入渗试验与数值计算的比较

Fig. 3 Comparison between vertical infiltration test and numerical calculation under second group of boundary condition

用同一种土壤,做成垂直土柱。在土柱表面以 $R = 0.02427$ 厘米/分的供水强度向

土壤表面喷洒。经 180 分钟后取样测定垂直土柱的含水率分布(图 3)。用试验所采用的数据输入通用程序,按第 II 类边界条件进行数值计算,结果见图 3 中的实线。由图表明数值计算结果与试验实测值是相一致的。

以上的检验对程序的可靠性提供了初步的论证。数值计算的准确性与程序计算中步长的选择等因素关系极大。因此,在应用时,要具体问题加以修改。

四、程序的应用范围

本程序用于计算可以近似简化为一维、等温、均质土壤、地下水埋藏在很深处的实际问题,包括:(1)初始含水率均匀或不均匀,地表含水率已知或地表供水强度已知,由入渗引起的剖面水分运动。(2)初始含水率均匀或不均匀,表土蒸发强度已知或表土处于风干含水率时,由表土蒸发引起的剖面水分运动。(3)初始含水率均匀或不均匀,作物蒸腾强度和作物根系长度已知并按(3)或(4)式简化处理时的剖面水分运动。(4)在某一初始状况下剖面水分发生再分配(或内排水)。(5)以上几种情况交替地出现和供水或蒸发强度有随时间改变的情况。

五、计算实例

例一: 稳定蒸发与波动蒸发的比较:

耕耘、播种或幼苗期,在田间蒸发中的蒸腾量常可被忽略,只要研究土面蒸发量。在自然界中,蒸发强度每天都在变化。当变化较小时,可把蒸发强度近似看作常数。即使如此,实际上每天的蒸发强度仍有波动。很多实验观察表明,表层土壤含水率的变化在某种意义上反映了蒸发强度的日变化。土壤表层白天变干,夜里由于蒸发强度大大降低,土壤表层含水率将有回升的现象。一些研究者把蒸发强度的日变化假定为正弦曲线^[1],

$$E_t = E_{\max} \sin(2\pi t/86400)$$

E_{\max} 为一日中,午后的最大蒸发强度, t 为自太阳出来算起的时间(单位为秒)。

本算例比较日蒸发强度稳定时和波动时对土壤水分运动的影响。计算的是一种砂壤土,稳定蒸发强度 $\bar{E}_s = 1.25$ 毫米/天,在一天内蒸发强度的波动是把正弦曲线变化为阶梯状(图 4)。

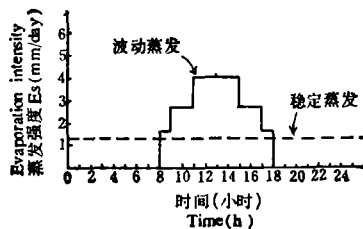


图 4 把波动蒸发简化为阶梯状的示意图

Fig. 4 Staircase diagram derived from simplifying fluctuating evaporation

我们计算了十天的蒸发情况表明,初始含水率均为 $\theta_i = 0.35$ (体积比)。数值计算中距离步长 $\Delta z = 2.0$ 厘米,时间步长 Δt 是变化的,由开始时 $\Delta t = 1.0$ 分增加至 $\Delta t = 60.0$ 分。使用本通用程序在 M-150 机上计算十天的结果用了 5 分 30 秒。

图 5 至图 7 表示计算的结果。图 5 表明在稳定的和波动的日蒸发强度下蒸发的累积值。由图 5 表明,两种蒸发强度的对比是等价的。在每天末了,蒸发累积值相等。图 6 表示在地表处和在地表下 10 厘米处体积含水率的变化情况。由图可见,日波动蒸发对于地表含水率分布的影响是明显的。稳定蒸发时地表含水率随时间逐步降低,而波动蒸发时地表含水率随时间呈波动状降低。时间越长,波动影响越明显,但这种影响只涉及一定的土层深度。从本例看,两种蒸发在土层深 10 厘米处土壤含水率已相当接近,即波动影响不超过 10 厘米土层。

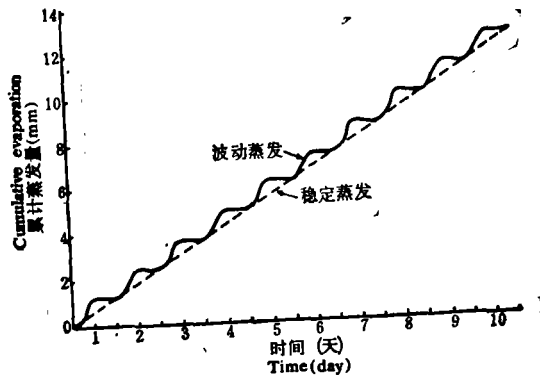


图 5 稳定的和波动的日蒸发强度下蒸发的累积值

Fig. 5 Values of cumulative evaporation under daily steady and fluctuating evaporation intensities

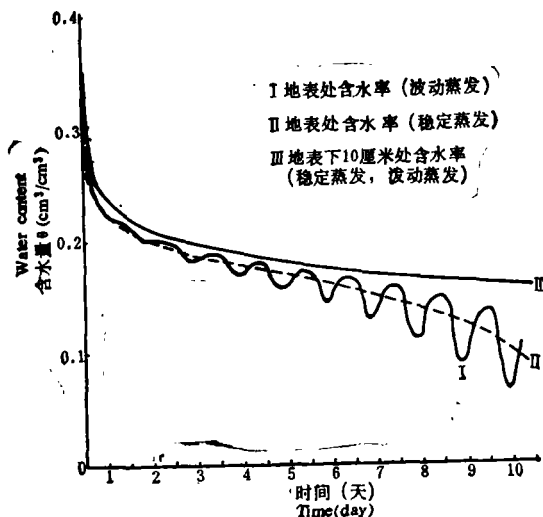


图 6 稳定蒸发与波动蒸发在地表处和在地表下 10 厘米处含水率变化情况

Fig. 6 Variation of water content in the surface soil and soil at the depth of 10 cm below surface under steady and fluctuating evaporation conditions

剖面含水率分布见图 7。这是第 10 天末即第 11 天开始(早上 8:00)的含水率分布图。可以看到在地表下深于 10 厘米后,两种蒸发剖面含水率分布是相同的。在表层,波动蒸发的含水率变动于稳定蒸发含水率的上下。这是由于白天强烈蒸发,表土变干(见图第 10 天晚上 6:00, $\theta=0.063$),夜间吸收水分,表土含水率增加,(见图第 11 天早上 8:00, $\theta=0.115$)。而稳定蒸发含水率是平稳地逐步减少,同一时刻(第 11 天早上 8:00) $\theta=0.086$ 。

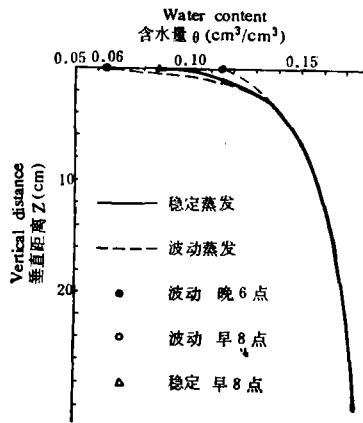


图 7 第 10 天末剖面含水率分布

Fig. 7 Distribution of water content in soil profile at the end of tenth day

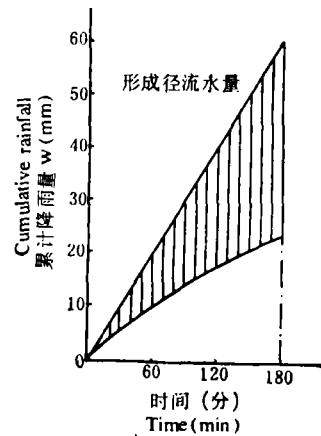


图 8 渗入土壤与形成径流的雨量分配

Fig. 8 Distribution of rainfall between runoff and infiltration in soil

以上计算虽是采用简化了的表土蒸发模型,但用本通用程序,的确能预测接近模型假定条件的土壤中由于蒸发而产生的周期性干湿变化。

例二: 稳定降雨入渗土壤水分变化状况:

用一种轻壤土, $D(\theta) = 171.0G^{11.7}$, $K(\theta) = 0.288G^{9.10}$ (G 是饱和度),干容重 1.36。由于进入雨季,土壤初始剖面已较湿润, $\theta_i = 0.30$ (体积含水率),表土因蒸发而稍干燥些(见图 9 中初始含水率分布)。遇到一场强度较均匀的中雨,雨量 60 毫米,降雨强度 0.0353 厘米/分,历时 3 小时,因而,土壤表面含水率迅速增加,将这些基本数值输入本通用程序计算,输出结果表明: 由于土壤已很潮湿,这场雨历时不久,土壤表面就接近饱和而产生径流或积水。计算中表现为上边界条件由第 II 类边界条件自动转向第 I 类边界条件,即入渗由通量控制转向剖面控制。本算例中 9 分钟后就有一部分雨水不能渗入土壤剖面形成径流排走。计算得的渗入土壤与形成径流的雨量分配见图 8。本例中约有 60% 的雨水形成径流被排走。

降雨初期,地表含水率以很快速率在增加,至地表接近饱和后,地表含水率不再增加,而饱和区逐步往地表下发展,图 9 为 $T=60$ 分和 $T=180$ 分的剖面含水率分布线。降雨停止后,由于表土蒸发,地表含水率又逐渐减少。本算例假定雨后土壤表面以 $E_s=5$ 毫米/天的蒸发强度蒸发。图 9 中已绘出第 360 分钟,720 分钟,1440 分钟和 2880 分钟的剖面含水率分布。从计算资料可知,由于表土蒸发强度较大,一天以后,表土则到达风干含水率,即 $\theta_s = 0.02$ 。这以后因受剖面控制,表土蒸发强度减少,水分向深层渗透。

例三: 小麦生育期土壤剖面水分变化:

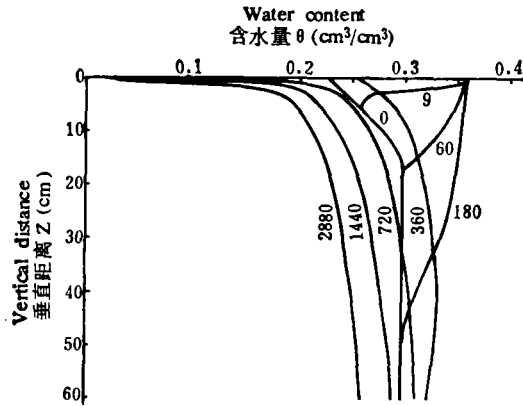


图9 剖面含水率分布变化图(图中数字代表时间,单位为分)

Fig. 9 Variation of water content distribution in soil profile

本算例数据是北方某小麦试验区的灌溉制度^[3]。土壤为粘壤土,小麦9月17日播种,来年6月13日收割。灌溉方法使用喷灌,共浇8次水。降雨资料参照当地实际雨量及

表2 小麦生育期内灌水情况及降雨情况

Table 2 Irrigation and precipitation during growing period of wheat

日期 Month, Day	生育期 Growing period	灌水情况 Irrigation	降雨情况 Precipitation
3月15日	返青 Turn green		
3月22日			降雨 5.2 毫米
3月28日		喷灌 10 米 ³ /亩	
4月6日	起身 Get up		
4月11日		喷灌 10 米 ³ /亩	
4月18日		喷灌 10 米 ³ /亩	
4月21日	拔节 Elongation stage	喷灌 10 米 ³ /亩	
4月23日			降雨 25.5 毫米
5月1日	孕穗 Booting stage	喷灌 10 米 ³ /亩	
5月6日		喷灌 10 米 ³ /亩	
5月11日		喷灌 10 米 ³ /亩	
5月13日	抽穗 Ear sprouting period		降雨 20 毫米
5月21日		喷灌 20 米 ³ /亩	
5月25日	灌浆 Be in the milk		降雨 23.8 毫米
5月27日			降雨 15.9 毫米
6月4日			降雨 5.4 毫米
6月13日	收获 Harvest		

降雨日期, 降雨强度假定是均匀的。灌水情况及降雨情况如表 2。由表可见自 3 月 15 日起生长期共灌水 90 米³/亩, 降雨量为 95.8 毫米。生长期日平均耗水量 1.77 毫米。在小麦起身以前, 水量消耗以表土蒸发为主。在小麦灌浆以后, 消耗以蒸腾为主。在中间阶段, 正是小麦生育高峰, 蒸腾量大, 蒸腾量占总蒸腾量 60%, 表土蒸发占 40%。根系长度随生育期逐步加长。

根据土质情况, 取用 $D(\theta) = 12.0G^{10.8}$, $K(\theta) = 0.025G^{10.51}$ (G 是饱和度)。田间持水量 $\theta = 27.2\%$ (重量含水率)。初始剖面在 50 厘米范围内含水率为 20.9%, 即相当于田间持水量 76%, 然后逐步减少。用以上基本资料输入本通用程序, 从 3 月 15 日算起, 到 6 月 13 日, 即可了解各生育期内小麦生长地土壤水分剖面的含水率变化情况。

程序可输出任一时刻的含水率分布图。表 3 所列是计算的部分成果。从表 3 可见地表含水率随着灌溉或降雨, 蒸发或蒸腾较剧烈地变化。根层范围(地表下 50 厘米厚度内)

表 3 数值计算部分成果

Table 3 The partial results of numerical calculation

月、日 Month, Day	地表含水率 θ_0 Water content in soil surface	30 厘米土层内平均含水率 θ_{30} Mean water content in soil depth of 0-30cm	50 厘米土层内平均含水率 θ_{50} Mean water content in soil depth of 0-50cm
3 月 15 日	0.232	0.227	0.209
3 月 28 日	0.02 0.281	0.156 0.197	0.166 0.191
4 月 11 日	0.02 0.280	0.149 0.191	0.160 0.185
4 月 18 日	0.02 0.281	0.157 0.199	0.165 0.191
4 月 21 日	0.123 0.285	0.171 0.209	0.175 0.207
4 月 23 日	0.164 0.277	0.187 0.245	0.187 0.223
5 月 1 日	0.02 0.280	0.151 0.192	0.165 0.190
5 月 6 日	0.039 0.282	0.156 0.196	0.163 0.195
5 月 11 日	0.048 0.282	0.158 0.198	0.163 0.188
5 月 13 日	0.180 0.293	0.188 0.235	0.182 0.212
5 月 21 日	0.153 0.289	0.163 0.212	0.170 0.199
5 月 25 日	0.170 0.299	0.181 0.237	0.182 0.216
6 月 4 日	0.156 0.256	0.168 0.183	0.173 0.183
6 月 13 日	0.144	0.149	0.152

剖面平均含水率则平稳得多。

本算例的灌溉方案是按适宜土壤水分变化控制在田间持水量 60—85% 范围内设计的。因此, 可把计算成果绘制成如图 10。图中, 85% 和 60% 田间持水量作为上下限制线。将计算成果点绘于图中。若 50 厘米土层内平均含水率在上、下限范围内波动, 则认为土壤湿度控制得较合适。若平均含水率降到下限以下, 则认为在该段灌水不足。若较多或长期超过上限, 则认为供水过量。从本算例看, 土壤湿度均控制在上下限范围, 只有到收获期降到下限以下, 这已不影响小麦生长。可见这一灌溉方案是合理的。

由本算例可以看出, 若程序与田间实际资料结合并经过田间试验验证后, 可以用来预报各种试验方案的水分运动状况。

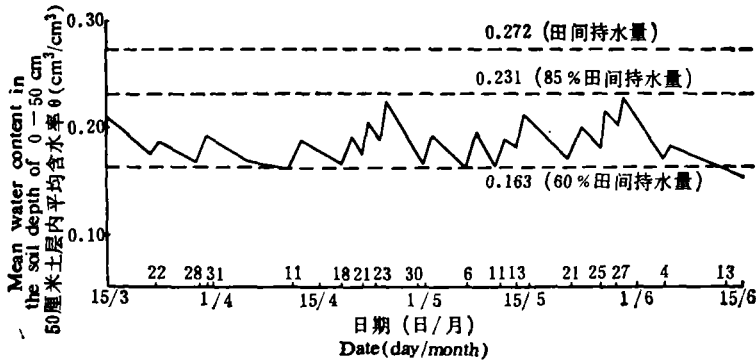


图 10 0—50 厘米土层平均含水率变化

Fig. 10 Variation of mean water content in the soil depth of 0—50 cm

参 考 文 献

- [1] 希勒尔著, (罗焕炎等译) 1979: 土壤水动力学计算机模拟。农业出版社。
- [2] 杨诗秀、雷志栋, 1983: 均质土壤降雨喷洒入渗模型的数值计算。水利学报, 第 5 期, 1—9 页。
- [3] 天津市水利科学研究所, 1978: 小麦喷灌制度试验研究。喷灌技术, 67—73 页。

GENERAL PROGRAM OF ONE-DIMENSIONAL FLOW THROUGH UNSATURATED HOMOGENEOUS SOIL

Yang Shixiu, Lei Zhidong and Xie Senchuan
(*Qinghua University*)

Summary

A numerical model of one-dimensional flow through unsaturated homogeneous soil has been developed to simulate the water movement in soil with a deep ground-water table under the initial and boundary conditions. This method can be used for the study of the infiltration, evaporation, transpiration and redistribution of water in soil profile as well as the water movement process while these phenomena appear alternatively. The modelling experiment programmed with FORTRAN has been carried out on a computer M-150 and verified by laboratory tests. Using this program the following were calculated: (1) comparison between the steady and fluctuating evaporation, (2) water regime in profile versus steady rain infiltration in soil, and (3) variation of water in soil profile during growing period of wheat.