

土壤探针阻抗计算方法的理论分析与实验研究*

孙 宇 瑞

(中国农业大学精细农业研究中心, 北京 100083)

摘 要 在基于 TDR、FD 和 SWR 等不同方法的土壤水分测量仪器中, 多针土壤探头作为采样传感器的一个重要组成部分, 深入研究它的阻抗计算方法对于改进这些仪器的测量精确度具有很高的理论与应用价值。由于描述多针土壤探头电磁特性的麦克斯韦尔方程的边界条件很难确定, 所以试图利用麦氏方程的解析解分析其阻抗特性从理论上说是“可望而不可及”的。本文依据高频传输线阻抗变换理论与数学分析中夹逼定理的思想, 提出了一种土壤探针阻抗计算模型。进一步通过对该模型的计算机仿真与实验研究, 发现土壤探针的阻抗特性可随着测试频率与针长等相关参数的改变在感性负载与容性负载间相互转化。此外, 当这些相关参数改变时, 土壤探针的阻抗计算模型还存在着周期性的间断点。

关键词 阻抗, 土壤水分, 介电, 传输线

中图分类号 S152-7

由于 Topp 等^[1] 首先通过实验证实了土壤介电常数与土壤水分之间存在着确定性的单值多项式关系, 即

$$\theta_v = -5.3 \times 10^{-2} + 2.92 \times 10^{-2} \varepsilon - 5.5 \times 10^{-4} \varepsilon^2 + 4.3 \times 10^{-6} \varepsilon^3 \quad (1)$$

$$\varepsilon = 3.03 + 9.3\theta_v + 146.00\theta_v^2 - 76.7\theta_v^3 \quad (2)$$

式中 ε 为含水土壤的介电常数, θ_v 为土壤容积含水率。基于 TDR (Time Domain Reflectometry)、FD (Frequency Decomposition)、SWR (Standing Wave Ratio) 等测量原理的新一代土壤水分测量仪器应运而生^[2-4]。总的说来, 这些测量仪器的一个共同点是通过确定含水土壤的介电行为实现土壤含水率的测量。作为测量仪器中的传感部件, 它既可以是几何形状规则的电容探头, 也可以是不同分布结构的多针探头。与电容探头相比, 多针探头的一大优点是测量过程中不破坏土样, 这也决定了它具有更高的实际应用价值。另一方面, 从传输线的理论看, 在甚高频情况下土壤水分电容探头的物理模型等效于一段几何形状规则的同轴传输线, 其电磁特性的分析相对简单, 探头阻抗的计算很容易确定^[5]。而土壤多针探头的物理模型类似于一段几何形状非规则的传输线, 这一点注定了描述其电磁特性的麦克斯韦尔方程的边界条件要复杂的多^[6]。本文在 Zegelein^[7] 的研究基础上建立了多针土壤探头阻抗的计算模型, 并由此引申出一系列关于多针土壤探头电磁特性的重要

* 高等学校博士学科点专项科研基金项目(1999001001)

收稿日期: 2000-09-15; 收到修改稿日期: 2001-05-30

结论。为了检验这些结论的正确性, 本文对计算模型进行了必要的模拟数值分析与实验研究。

1 多针土壤探针阻抗计算的数学建模

两针、三针和四针土壤探针的几何外型见图 1a、1b 和 1c 所示, Zegelin^[7] 给出了对应三种几何形式的土壤探针电位梯度分布图(见图 2), 图 2d 是同轴传输线内部

的电位梯度分布图。在分析土壤探针周围的电位分布时 Zege- lin 等指出, 两针探头可以视为平行线结构的传输线, 而三、四针或多针探头可以近似视为同轴传输线。对于图 2a 所示平行线周围的电位分布, 可以从数学上进一步给予证明^[8]。

既然多针探头仍属于一种非规则形式的高频传输线, 那么我们仍可用传输线的阻抗变换公式来计算它的输入阻抗^[8]:

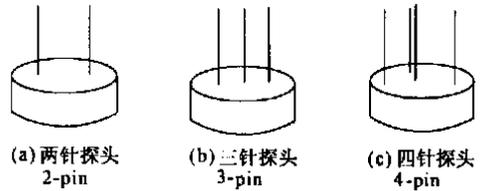


图 1 三种不同探针数的土壤水分探头
Fig. 1 Soil-water content probes with different number of pins

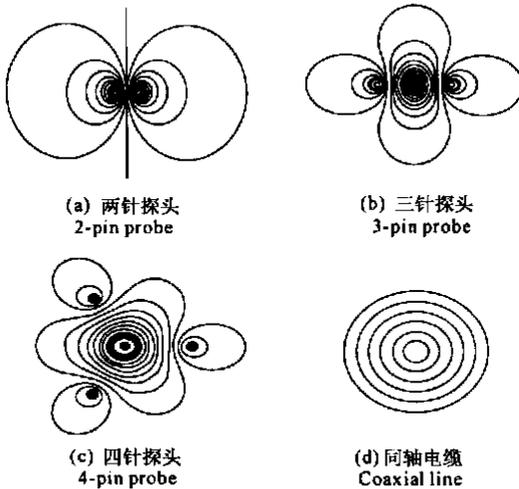


图 2 不同探针结构土壤探头的等电位分布
Fig. 2 Dimensionless equipotential distribution around each probe

$$Z_p(l) = Z_c \frac{Z_l + jZ_c \tan \beta l}{Z_c + jZ_l \tan \beta l} \quad (3)$$

上式中 Z_p 表示土壤探针长度为 l 的探针阻抗, Z_c 表示土壤探针的特征阻抗, Z_l 为将土壤探针视为一段传输线时的终端外接负载阻抗, β 称作土壤探针的相移系数, 其定义为信号源角频率 ω 与电磁波在介电常数为 ϵ 的介质中传播速度 c 之比, 即

$$\beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon} \quad (4)$$

显然, 对于多针等长探头可以进一步视为传输线终端开路的特殊情况, 即将上式中 Z_l 视为无穷大。在这种推理下

$$Z_p(l) = -jZ_c \operatorname{ctg} \frac{\omega \sqrt{\epsilon} l}{c} \quad (5)$$

或写成双曲函数的形式

$$Z_p(l) = Z_c \coth \left[\frac{\omega \sqrt{\epsilon} l}{c} \right] \quad (6)$$

虽然以上两式给出了计算土壤探针阻抗的基本表达式, 但是土壤探针作为一类非规则传输线, 它的特征阻抗 Z_c 的计算方法尚未讨论到。已知传输线特征阻抗的定义为

$$Z_c = \sqrt{\frac{L_l}{C_l}} \quad (7)$$

这里 L_l 和 C_l 是传输线的分布电感与分布电容, 它的物理单位为欧姆(Ω)。对于几何形状规则的传输线, 例如平行线与同轴线, 它们可以按电感与电容的定义通过单位长度的传输线积分计算获得。可是对于像多针探头这类的非规则传输线, 积分表达式很难建立。所以, 不解决多针探头非规则传输线特征阻抗的计算问题, 式(5)和(6)还是体现不出它的应用价值。幸运的是运用数学分析中夹逼定理的思想, 多针探头非规则传输线特征阻抗可以通过平行线与同轴线特征阻抗的计算公式估计出来^[9]。已知对于同轴传输线, 其特征阻抗的计算公式为^[8]

$$Z_c' = \frac{60}{\sqrt{\epsilon}} \ln \frac{D}{d} \quad (8)$$

其中 D 为外导体的直径, d 为内导体的直径, ϵ 为传输线内绝缘物质的介电常数。又因为对于平行线, 已知其特征阻抗为

$$Z_c'' = \frac{120}{\sqrt{\epsilon}} \ln \frac{D}{d} \quad (9)$$

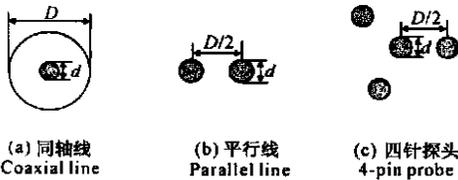


图3 三种传输线结构的几何剖面图

Fig. 3 Geometric section of three types of the transmission line

仔细观察图3可以看出, 多针探头的特征阻抗 Z_c 应该介于 Z_c' 和 Z_c'' 之间, 这种关系是建立在它们三者之间几何对应关系之上的。换句话说, 探针根数愈多, 探针特征阻抗 Z_c 的数值愈接近 Z_c' , 反知愈接近 Z_c'' 。所以这里应有

$$Z_c'' > Z_c > Z_c' \quad (10)$$

注意到用式(9)除以式(8)后有 $Z_c'' = 2Z_c'$,

因此可断定必存在一个比例系数 ξ , 且 $1 \geq \xi \geq 2$ 。这样多针探头的特征阻抗

$$Z_c = \xi \frac{60}{\sqrt{\epsilon}} \ln \frac{D}{d} \quad (11)$$

将式(11)分别代入式(6)与式(7), 即得到

$$Z_p(l) = -j\xi \frac{60}{\sqrt{\epsilon}} \ln \frac{D}{d} \operatorname{ctg} \frac{\omega\sqrt{\epsilon}l}{c} \quad (12)$$

$$Z_p(l) = \xi \frac{60}{\sqrt{\epsilon}} \ln \frac{D}{d} \operatorname{coth} \left[\frac{\omega\sqrt{\epsilon}l}{c} \right] \quad (13)$$

2 土壤探针阻抗计算模型的仿真分析

由式(12)或式(13)可以看出, 在探针几何参数 D 与 d 确定的情况下, 探针阻抗 Z_p 的变化除了与含水土壤的介电常数 ϵ 有关之外, 还与测量频率 f 和探针长度 l 有关。图4与图5分别给出了以 f 和 l 为参变量得到的计算结果。

根据前节导出的式(12)或式(13)并结合图4与图5给出的理论计算结果, 可以得出以下几点重要结论。

(1) 它们都是关于土壤探针阻抗计算普遍适用的公式。这是因为当 $\xi=1$ 时对应于同

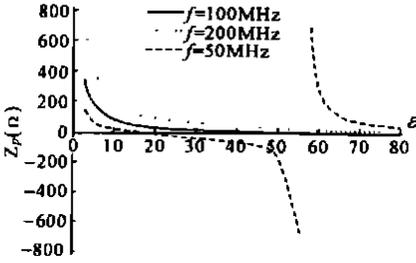


图 4 以测量频率 f 为变量的探针阻抗变化曲线

Fig.4 Curve between impedance of the soil probe and permittivity of soil moist with respect to the measurement frequency

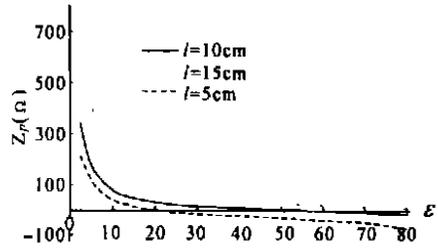


图 5 以探针长度 l 为变量的阻抗变化曲线

Fig.5 Curve between impedance of the soil probe and permittivity of soil moist with respect to the length of pin

轴传输线, 即电容探头的情况; $\xi = 2$ 对应于平行传输线, 即两针土壤探头的情况; $1 < \xi < 2$ 对应于多针土壤探头的非规则传输线情况。

(2) 在 ϵ, ω, c, l 等变量已知的情況下和 D 与 d 等几何参数确定的情況下, ξ 的数值可利用标定方法确定出来。例如, 当探针未插入土壤时, 因为相对于空气来说 $\epsilon \approx 1$, 由此可以通过测量探针在空气中的开路阻抗换算出 ξ 的精确值。

(3) 探针阻抗 Z_p 是一个多变量的函数。在外部几何尺寸 D 与 d 固定的情況下, 它随变量 ϵ, ω 和 l 的增加, 且在“一定条件下”呈单调变化。这里所谓的“一定条件”, 是指

$$\frac{\omega \sqrt{\epsilon_{\max}} l}{c} < \pi \tag{14}$$

上式中 ϵ_{\max} 是指按 T_{opp} 公式将仪器土壤容积含水率 θ_v 的测量上限转换成对应的含水土壤介电常数。若不满足式(14)时, 探针阻抗 Z_p 将呈非单调变化, 造成这种情况的原因是式(12)中余割函数存在着以 π 为周期的间断点。为了避免测量结果出现“多对一”映射的错误, 仪器设计过程中应该确保式(14)成立。例如, 已知 $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 设 $f = 10^8 \text{ Hz}$, 当土壤容积含水率 $\theta_v = 50\%$ 时, 由 T_{opp} 方程知, $\epsilon_{\max} \approx 32$ 。根据式(14)的计算, 这时 l 应小于 0.26 m 。

(4) 从图 4 与图 5 均可以看出, 当满足

$$\frac{\pi}{2} < \frac{\omega \sqrt{\epsilon} l}{c} < \pi \tag{15}$$

时, 探针阻抗 Z_p 呈纯电感负载特性, 即它的绝对值随着测试角频率 ω 的增加而递减。同理, 当满足

$$0 < \frac{\omega \sqrt{\epsilon} l}{c} < \frac{\pi}{2} \tag{16}$$

条件时, 土壤探针阻抗呈纯电容负载特性, 即其绝对值随着信号源角频率 ω 的增加而增加。对于揭示出土壤探针阻抗特性的这种互相转化, 是本文研究中得出的最重要的结果之一。因此, 当测量系统采用非相敏检波电路时, 保证探针阻抗变化在单值区间的条件是

不等式(15)和(16)。

3 土壤探针阻抗计算模型的实验验证

土壤探针阻抗测试原理如图 6 所示, 图中 Z_o 为一分压阻抗, V_a 与 V_b 分别为 a 、 b 两点采样电压。容易推知

$$Z_p = \frac{Z_o}{V_a - V_b} V_b \quad (17)$$

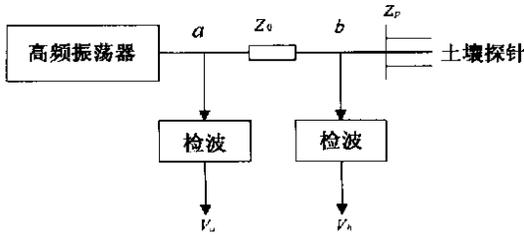


图 6 土壤探针阻抗测试原理示意图

Fig.6 Schematic diagram of measuring impedance of the soil probe

为了检验作为参变量的土壤探针长度 l 与测试频率 f 对阻抗变化的影响, 实验是在探针长度 l 分别选在 5、10、15cm 和 ω 分别选在 50、80、100MHz 之下进行的。实验土样属农业矿质壤土, 土壤粒径分布为: 粘粒 23%, 粉粒 34%, 沙粒 43%。土样含水率分别取 10%, 21%, 28%, 32%, 38% 和 43% 等 6

点。图 7 显示了以频率 f 为参变量得到的一簇实验曲线, 图 8 给出了以探针长度 l 为参变量得到的另一簇实验曲线。

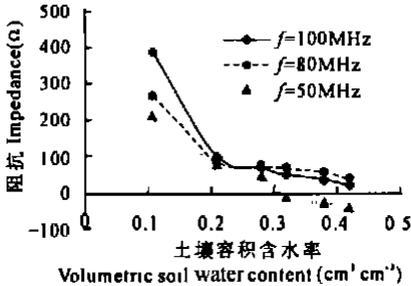


图 7 不同测试频率对探针阻抗随土壤含水率变化的实验结果

Fig.7 The relationship between impedance of the soil probe and volumetric soil content under different signal frequencies

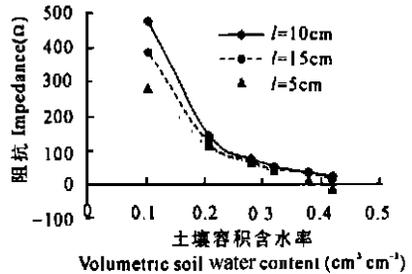


图 8 不同探针长度下探针阻抗随土壤含水率变化的实验结果

Fig.8 The relationship between impedance of the soil probe and volumetric soil water content under different length of soil probe

将图 7 和图 8 与图 4 与图 5 分别对应比较, 可见探针阻抗的实验数据变化过程与理论仿真曲线相当接近。它们一致表明探针阻抗在土壤容积含水率低于 30% 的范围内变化十分显著, 而土壤容积含水率高于 30% 以后, 阻抗变化急剧减缓, 其变化过程表现出很明显的非线性。此外, 随着测试频率 f 或探针长度 l 的增加, 实验结果表明探针阻抗确实出现了感性负载与容性负载间的相互转化。

4 结 论

尽管多针土壤探头实质上属于一类非规则传输线,描述其电磁特性的麦克斯韦尔方程的边界条件难以确定,但是它的阻抗计算公式依然可通过传输线阻抗变换公式在终端负载开路的条件下推导出来。为了得到这类非规则传输线的特征阻抗,需要将夹逼定理与平行线和同轴线特征阻抗的计算公式相结合导出其近似估计值。从土壤探针阻抗的计算表达式知,土壤水分、测试频率和探针长度都是影响探针阻抗变化的直接因素。模拟计算与实验结果一致表明,土壤探针阻抗随土壤水分的变化存在着周期性的间断点,在一定的条件下探针阻抗会在纯感抗与纯容抗之间相互转化。

参 考 文 献

1. Topp G C, Davis J L, Amann A P. Electromagnetic determination of soil water content: Measurement in coaxial transmission lines. *Water Resour. Res.*, 1980, 16: 574~ 582
2. Topp G C, Davis J L. Measurement of soil water content using time-domain reflectometry (TDR): a field evaluation. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 1985, 49: 19~ 24
3. Gaskin G J, Miller J D. Measurement of soil water content using a simplified impedance measurement technique. *J. Agric. Engng Res.*, 1996, 63: 153~ 160
4. Dirksen C, Hilhorst M A. Calibration of a new frequency domain sensor for soil water content and bulk electrical conductivity. *Proc., Symposium on TDR in Environmental, Infrastructure and Mining Applications, held at the Northwestern University, Evanston, Illinois, Special Publication SP 1994 of US Department of the Interior, Sept., 1994, 288~ 295*
5. Paltineanu I C, Starr J L. Real-time water dynamics using multisensor capacitance probes: Laboratory calibration. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 1997, 61: 1575~ 1585
6. Knight J H. Sensitivity of time domain reflectometry measurements to lateral variations in soil water content. *Water Resour. Res.*, 1992, 28: 2367~ 2376
7. Zegelin S J, White I, Jenkins D R. Improved field probes for soil water content and electrical conductivity measurement using time domain reflectometry. *Water Resour. Res.*, 1989, 25: 2367~ 2376
8. Gayle F M. *Lines and Electromagnetic Fields for Engineers*. New York Oxford: Oxford University Press, 1996. 427~ 429
9. 孙宇瑞, 汪懋华, 赵燕东. 一种基于驻波比原理测量土壤介电常数的方法. *农业工程学报*, 1999, 15(2): 37~ 41

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL APPROACH TO CALCULATION OF THE IMPEDANCE OF SOIL PROBE

Sun Yit-rui

(*Research Center for Precision Agriculture, China Agricultural University, Beijing 100083*)

Summary

The multi-pin soil probe plays an important role in determination of soil water content with a variety of instruments, such as TDR (Time Domain Reflectometry), FD(Frequency Decomposition) and SWR(Standing Wave Ratio). Therefore, it is critical to calculate the impedance of the soil probe in order to improve the measuring accuracy of these instruments. However, the electromagnetic characteristics of the multi-pin probe is too complex to describe due to the hard-to-define boundary conditions of Maxwell equation. Based on the theory of impedance transform of transmission line as well as a mathematical inequality from the parallel and coaxial transmission lines, a mathematical formula for the impedance of the soil probe was developed. By computing this formula, it was found that the impedance of the soil probe depends not only on the permittivity of soil-water-system, but also on length of the probe-pin and frequency of its measuring signal. Especially, it is proved that the impedance characteristics of the soil probe may be turned into an inductance from a capacitance and *vice versa* as measurement conditions change. In addition, it was confirmed that the formula for impedance of the soil probe had a series of periodical disconnected dots.

Key words Impedance, Soil water content, Dielectrics, Transmission line