

基于图形特征的 Greer-Ampt 入渗模型关键参数 S_f 和 K_s 的简化求解*

张振华^{1,2} 谢恒星¹ 刘继龙¹ 蔡焕杰²

(1 烟台师范学院地理与资源管理学院, 山东烟台 264025)

(2 西北农林科技大学旱区农业水土工程教育部重点实验室, 陕西杨凌 712100)

摘要 Greer-Ampt 入渗模型应用广泛, 是模拟坡面降雨入渗、产流过程常用的手段, 湿润锋平均基质吸力 S_f 和表征导水率 K_s 是模型中的关键参数。对地表积水入渗过程中湿润区内平均含水率增量 $\Delta\theta(t)$ 进行了定义, 对烟台棕壤土积水入渗试验分析表明, 在入渗过程中 $\Delta\theta(t)$ 为一常量 0.34。根据水量平衡原理得到了 Greer-Ampt 入渗模型中概化湿润锋 Z_f 和实际湿润锋 Z_f^a 的定量关系, 并通过对 Greer-Ampt 入渗模型的分析, 提出了利用 $i(t) \sim I(t)$ 或 $i(t) \sim Z_f^a$ 之间图形特征关系来确定湿润锋平均基质吸力 S_f 和表征导水率 K_s 的方法。同实测资料相比, 利用基于 $i(t) \sim I(t)$ 和 $i(t) \sim Z_f^a$ 图形关系所获 S_f 和 K_s 预测的累计入渗量和湿润锋精度较高, 整体相对误差小于 6%。

关键词 Greer-Ampt 入渗模型; 平均含水率增量; 图形法; S_f ; K_s

中图分类号 S275.6 **文献标识码** A

土壤水分入渗是径流形成过程、水循环过程的重要环节, 国内外学者已对土壤入渗特性进行了大量研究, 对入渗模型的研究、改进、参数确定和误差分析等一直是水文学、土壤物理学等相关学科的研究重点^[1~3]。Greer-Ampt 入渗模型是由 Green 和 Ampt 在 1911 年提出的基于毛管理论的积水入渗模型^[4], 该模型最基本的假设是, 入渗过程中湿润锋面为一个干湿截然分开的界面, 即湿润区为饱和含水量 θ_s , 湿润锋前为初始含水量 θ_i , 因此土壤水分剖面分布呈阶梯状, 故该模型又称之为活塞模型。由于该模型计算简单, 并且又有一定的物理基础而被广泛应用, 同时国内外的大量学者也就该模型的适用条件与范围、主要参数的确定、理论的近似解以及存在误差的原因等问题做了多方面的研究与分析, 使 Greer-Ampt 入渗模型得到了新的补充与发展, 使其应用到稳定降雨入渗情况和自然变雨强的降雨入渗过程, 从而大大拓展了 Greer-Ampt 模型的应用范围, 成为模拟坡面降雨入渗、产流过程常用的手段^[5~8]。

湿润锋平均基质吸力 S_f 和表征导水率 K_s 是 Greer-Ampt 入渗模型中两个关键参数, 实际应用该模型求解入渗问题时, 如何准确、迅速确定两参数的

取值有一定的困难。有的研究者将表征导水率 K_s 看作是饱和导水率, 可用常水头入渗方式获得, Bouwer 建议表征导水率应为稳定入渗率, 大概等于饱和导水率的 $1/2$ ^[9]。 S_f 不易直接测量, 一般先假定 S_f 值, 将其代入 Greer-Ampt 入渗模型进行计算, 通过计算值和实测值的对比来对 S_f 校正, 经过试算获得 S_f 。王文焰等^[10]根据湿润锋面以上土壤初始含水量的分布情况求其平均值, 再通过土壤水分特征曲线确定 S_f 。张光辉等^[11]以 Brooks 和 Corey 持水模型条件下的 van Genuchten 导水模型为基础, 用土壤物理特性推导出 Greer-Ampt 模型中湿润锋平均基质吸力 S_f 的计算公式。汪志荣等^[6]和王红闪等^[7]分别根据入渗率和湿润锋、累积入渗量的关系, 利用实测数据资料得到了 S_f 值。Philip 入渗模型和 Greer-Ampt 入渗模型有相似的物理基础, Stone 等^[12]和王全九等^[5]对它们进行了对比分析, 并推导出两公式参数间的转化关系。王红闪等^[7]对这一确定湿润锋平均基质吸力 S_f 的方法进行了检验, 结果发现对黄土高原黑垆土而言, 用 Philip 模型参数间接推求 Greer-Ampt 模型中的湿润锋平均基质吸力 S_f 是可

* 国家自然科学基金重点项目(50339030)和国家自然科学基金项目(50479051)及烟台师范院校基金(000444, 043201)资助

作者简介: 张振华(1971~), 河北藁城人, 博士, 教授, 主要从事区域水土资源高效利用研究, 现在烟台师范学院工作。E-mail: zhangzh71

@163.com

收稿日期: 2005-02-17; 收到修改稿日期: 2005-10-31

行的,与直接用Greer Ampt模型获得的 S_f 值具有相同的精度。

本文对Greer Ampt入渗模型中湿润区为饱和含水量 θ_s 的假定进行了修正,用湿润剖面内的平均含水率增量代替了 $\theta_s - \theta_i$,建立了概化湿润锋与实际湿润锋的定量关系,并通过Greer Ampt入渗模型的分析,提出了利用入渗率与累积入渗量、入渗率与实际湿润锋图形关系来确定 S_f 和 K_s 的简化方法。

1 Greer Ampt 入渗模型

Greer Ampt入渗模型研究的是初始干燥的土壤在薄层积水时的入渗问题,为了研究的方便,该模型对入渗过程做了概化与假定,其中最基本的假定是,入渗过程中湿润锋面始终为一个干湿截然分开的界面,即湿润区为饱和含水量 θ_s ,湿润锋前为初始含水量 θ_i ,湿润锋面处存在一个固定不变的吸力 S_f 。由达西定律,推出水分从地表进入土壤的通量如下:

$$i(t) = K_s(Z_f + H_0 + S_f) / Z_f \quad (1)$$

式中, $i(t)$ 为土壤入渗速率(cm min^{-1}); K_s 为表征导水率(cm min^{-1}); Z_f 为概化的湿润锋深度(cm); H_0 为地表积水深度(cm); S_f 为湿润锋处平均基质吸力(cm)。根据模型假定,由水量平衡原理,可推出累积入渗量 $I(t)$ 与概化湿润锋 Z_f 的关系如下:

$$I(t) = (\theta_s - \theta_i) Z_f \quad (2)$$

式中, $I(t)$ 为累积入渗量(cm); θ_s 为饱和含水量($\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$); θ_i 为初始含水量($\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$)。由式(2)可得:

$$Z_f = I(t) / (\theta_s - \theta_i) \quad (3)$$

结合式(1)、式(3)可推导出Greer Ampt如下入渗模型:

$$i(t) = K_s [I(t) + (\theta_s - \theta_i)(H_0 + S_f)] / I(t) \quad (4)$$

考虑到Greer Ampt入渗模型中假定湿润区为饱和含水量 θ_s 与实际有较大差别,定义湿润区的平均含水率增量 $\Delta\theta(t)$ 为累积入渗量 $I(t)$ 与真实湿润锋 Z_f^a 的比值,即 $\Delta\theta(t) = I(t) / Z_f^a$,该式又可写作:

$$I(t) = \Delta\theta(t) Z_f^a \quad (5)$$

式(2)、式(5)理论上应相等,即 $(\theta_s - \theta_i) Z_f = \Delta\theta(t)$

Z_f^a ,据此得到下式:

$$Z_f = \Delta\theta(t) Z_f^a / (\theta_s - \theta_i) \quad (6)$$

式(6)代入式(1)可推导出基于实际入渗锋 Z_f^a 的Greer Ampt入渗模型:

$$i(t) = K_s + [K_s(\theta_s - \theta_i)(H_0 + S_f)] / [\Delta\theta(t) Z_f^a] \quad (7)$$

2 Green-Ampt 入渗模型参数 K_s 、 S_f 的求解

根据Greer Ampt入渗模型的假设可知,式(4)中的参数 K_s 、 H_0 、 S_f 和 $(\theta_s - \theta_i)$ 等在入渗过程中均为常数,则 $i(t)$ 和 $1/I(t)$ 之间存在如下线性关系:

$$i(t) = K_s + K_s(\theta_s - \theta_i)(H_0 + S_f) / I(t) \quad (8)$$

如果湿润区的平均含水率增量 $\Delta\theta(t)$ 在入渗过程中为常数(见结果分析4.1),修正后的Greer Ampt入渗模型(式(7))中 $i(t)$ 和 $1/Z_f^a$ 之间也存在线性关系:

$$i(t) = K_s + [K_s(\theta_s - \theta_i)(H_0 + S_f)] / \Delta\theta(t) / Z_f^a \quad (9)$$

根据 $i(t)$ 和 $1/I(t)$ 以及 $i(t)$ 和 $1/Z_f^a$ 之间存在线性关系这一结论,可通过以下方法获得Greer Ampt入渗模型中关键参数 K_s 和 S_f :依据实测入渗数据,以 $i(t)$ 为因变量, $1/Z_f^a$ 或 $1/I(t)$ 为自变量建立二者之间的函数关系,如果 $i(t)$ 和 $1/I(t)$ 以及 $i(t)$ 和 $1/Z_f^a$ 之间确实存在显著线性关系,则根据其物理意义,对于式(8)而言截距代表了表征导水率 K_s ,直线斜率代表了 $K_s(\theta_s - \theta_i)(H_0 + S_f)$;对于式(9)而言截距代表了表征导水率 K_s ,直线斜率代表了 $K_s(\theta_s - \theta_i)(H_0 + S_f) / \Delta\theta(t)$ 。

3 材料与方法

3.1 供试土壤

入渗实验用土为取自烟台的棕壤土。自然风干后,过2 mm孔径的土筛后利用沉降法对土壤进行颗粒分析,结果如表1所示,按照我国土壤质地分类标准,供试土壤为砂壤土。表1为实验土壤的机械组成及含水量参数。

表1 实验土壤的机械组成及含水量参数

Table 1 Mechanical composition and moisture parameters of the soil tested

各级颗粒含量百分数 Particle size fractionation (%)			含水量参数 Moisture parameter	
砂粒 Sand	粉砂粒 Silt	粘粒 Clay	饱和含水量 θ_s	初始含水量 θ_i
1~ 0.05 mm	0.05~ 0.01 mm	< 0.001 mm	Saturated water content ($\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$)	Initial water content ($\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$)
33.30	35.64	11.02	0.44	0.03

3.2 试验系统

试验系统由试验土柱和供水系统两部分组成。试验土柱采用直径为 10 cm、高为 30 cm 的透明有机玻璃圆柱体。积水入渗试验用马氏瓶供水并控制其水位, 水位控制在 10 mm 左右。

3.3 试验方法和观测内容

将试验土风干后($\theta = 3.1\%$)过 2 mm 孔径土筛后, 然后按照预定容重(1.4 g cm^{-3})分层(5 cm)均匀装入有机玻璃圆柱体内。在土柱底部留有排气孔以消除气相阻力对入渗的影响。在试验过程中观测入渗距离和累积入渗量, 湿润锋到达底部后结束试验。试验均在烟台师范学院自然地理省级重点学科水土资源试验室内进行, 试验过程中室温控制在 18~20℃。

4 结果分析

4.1 一维垂直积水入渗湿润区内平均含水率的变化规律

对于一维垂直入渗, 定义累积入渗量 $I(t)$ 和湿润锋(垂直入渗距离) $H(t)$ 的比值为土壤湿润剖面的平均含水率增量 $\Delta\theta$, 关于平均含水率增量 $\Delta\theta$ 在入渗过程中的变化情况, 目前尚未有报道。对恒水头($H_0 = 10 \text{ mm}$)积水入渗试验分析表明(图 1), 在入渗的开始阶段 $\Delta\theta$ 处于不断增大的动态过程, 40 min 后达到一稳定值 0.34, 在随后的入渗过程中 $\Delta\theta$ 基本保持为该值, 数据分析显示变动范围不超过 2.38%。图 1 表明, 对于一维垂直积水入渗而言, 湿润剖面内的平均含水率增量 $\Delta\theta$ 在入渗过程中可以看作常值处理, 因此, 修正后的 Greer-Ampt 入渗模型 $i(t)$ 和 $1/Z_f^2$ 之间也存在线性关系(式(9))。

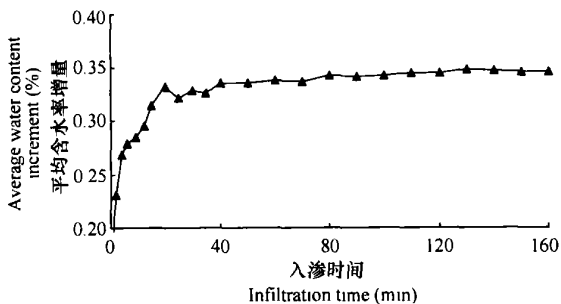


图 1 积水入渗过程中湿润剖面平均含水率增量动态

Fig. 1 Dynamic of average water content increment in wetting zone during ponded infiltration

4.2 根据入渗率和实际湿润锋、累积入渗量的关系求解 K_s 、 S_f

根据前面对 Greer-Ampt 入渗模型的分析, 知道 $i(t)$ 和 $1/I(t)$ 之间存在线性关系, 并且通过对土壤湿润剖面的平均含水率增量 $\Delta\theta$ 的分析知道其为常值, 那么修正后的式(9)表明 $i(t)$ 和 $1/Z_f^2$ 之间也存在线性关系。以下利用实测数据对上述分析的结论进行证明。图 2、图 3 表明, 对于一维垂直积水入渗而言, 在入渗过程中入渗率 $i(t)$ 和实际湿润锋以及累积入渗量的倒数之间, 确实存在显著的线性关系。表 2 是根据入渗数据得到的湿润锋平均基质吸力 S_f 和表征导水率 K_s 的结果。理论上入渗率 $i(t)$ 和湿润锋以及累积入渗量的倒数对应的直线截距应该相等, 均对应着土壤的表征导水率 K_s , 但由于观测精度或者土壤装填的不均匀性, 二者所对应的 K_s 并不相等, 分别为 $0.015 \text{ cm min}^{-1}$ 和 $0.012 \text{ cm min}^{-1}$ 。据式(8)和式(9)所得湿润锋平均基质吸力 S_f 分别为 33.46 和 47.25 cm。

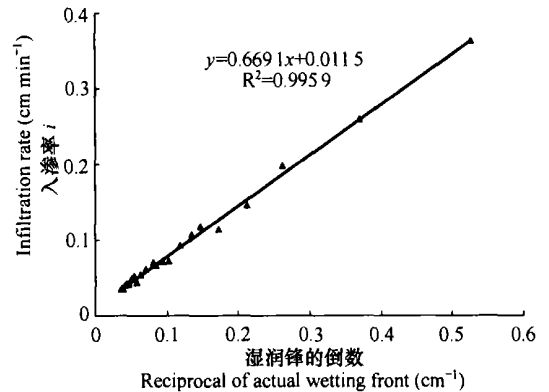


图 2 入渗率与湿润锋倒数的关系

Fig. 2 Relationship between infiltration rate and the reciprocal of actual wetting front

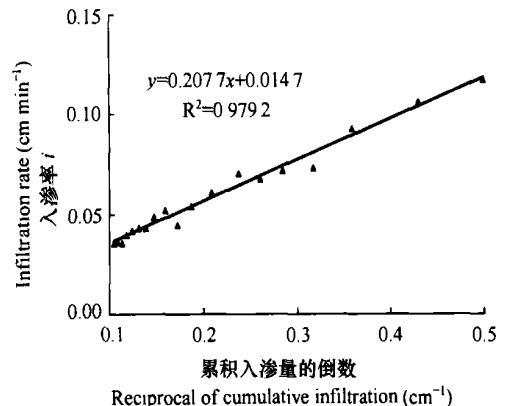


图 3 入渗率与累积入渗量的关系

Fig. 3 The relationship between infiltration rate and the cumulative infiltration

表 2 湿润锋平均基质吸力 S_f 和表征导水率 K_s 的计算结果

Table 2 Calculation of S_f and K_s

基于式 (8) Based on formula (8)		基于式 (9) Based on formula (9)	
S_f (cm)	K_s (cm min ⁻¹)	S_f (cm)	K_s (cm min ⁻¹)
33.46	0.015	47.25	0.012

4.3 所获参数的准确性检验

为了检验所得参数的准确性,可利用实测的入渗率数据结合表 2 参数值对累计入渗量和实际湿润锋进行计算。由式 (8) 可得累计入渗量的表达式:

$$I(t) = [K_s(\theta_s - \theta_i)(H_0 + S_f)] / [i(t) - K_s] \quad (10)$$

将基于累计入渗量和实际湿润锋的两套 S_f 和 K_s 值,以及 $(\theta_s - \theta_i)$ 、 H_0 值代入式 (10) 得到了如下累计入渗量的计算表达式:

$$I(t)_1 = 0.208 / [i(t) - 0.015] \quad (11)$$

$$I(t)_2 = 0.237 / [i(t) - 0.012] \quad (12)$$

其中 $I(t)_1$ 表示利用基于式 (8) 所获参数计算的累计入渗量; $I(t)_2$ 表示利用基于式 (9) 所获参数计算的累计入渗量。从图 4 可知,两套参数预测的入渗量在整体上非常接近于实测值,基于式 (8) 和式 (9) 所获参数计算的累计入渗量在整体上分别比实测值高 3.11% 和 5.81%。根据对其相对误差分析 (图 5) 可知,入渗初始过程 (前 20 min) 两者误差都很大,20 min 后基于式 (8) 所获参数计算的累计入渗量相对误差浮动在 10% 左右;而基于式 (9) 所获参数计算的累计入渗量除个别点外相对误差浮动在 20% 以内。

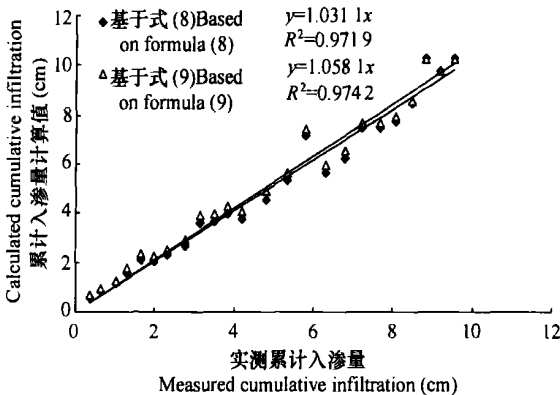


图 4 累积入渗量计算值与实测值的关系

Fig 4 Relationship between actual and calculated cumulative infiltration

由式 (9) 可得实际湿润锋的表达式:

$$Z_f^a = [K_s(\theta_s - \theta_i)(H_0 + S_f) / \Delta\theta(t)] / [i(t) - K_s] \quad (13)$$

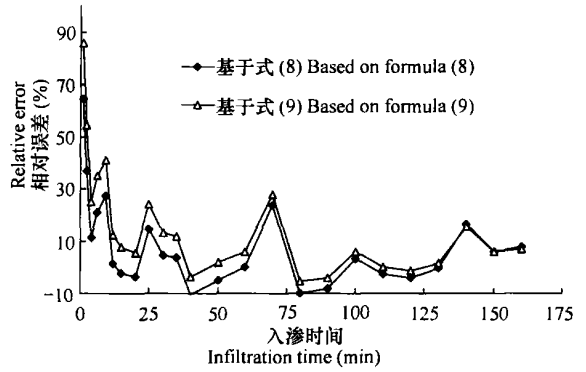


图 5 累计入渗量计算值相对误差分布

Fig 5 Distribution of relative error for calculated cumulative infiltration

将基于累计入渗量和实际湿润锋的两套 S_f 和 K_s 值,以及 $\Delta\theta(t)$ 、 $(\theta_s - \theta_i)$ 、 H_0 值代入式 (13) 得到如下累计入渗量的计算表达式:

$$Z_f^a_1 = 0.623 / [i(t) - 0.015] \quad (14)$$

$$Z_f^a_2 = 0.669 / [i(t) - 0.012] \quad (15)$$

其中 $Z_f^a_1$ 表示利用基于式 (8) 所获参数计算的累计入渗量; $Z_f^a_2$ 表示利用基于式 (9) 所获参数计算的累计入渗量。从图 6 可知,两套参数预测的入渗锋在整体上非常接近于实测值,基于式 (8) 和式 (9) 所获参数计算的累计入渗量在整体上分别比实测值高 5.38% 和 1.93%。根据对其相对误差分析 (图 7) 可知,除个别点外入渗过程中基于式 (8) 所获参数计算的湿润锋相对误差浮动在 10% 以内,最大值达 24%;除个别点外基于式 (9) 所获参数计算的累计入渗量相对误差浮动在 10% 以内,最大值为 21%。

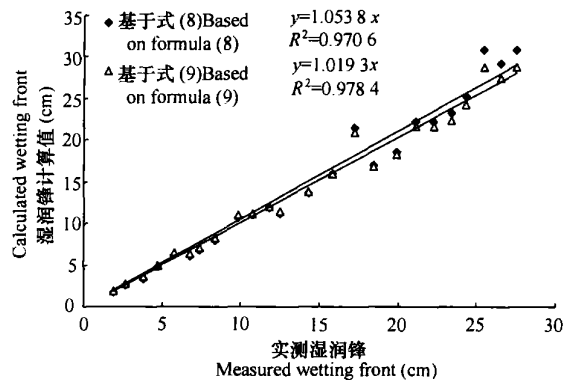


图 6 湿润锋计算值与实测值的关系

Fig 6 Relationship between measured and calculated wetting front

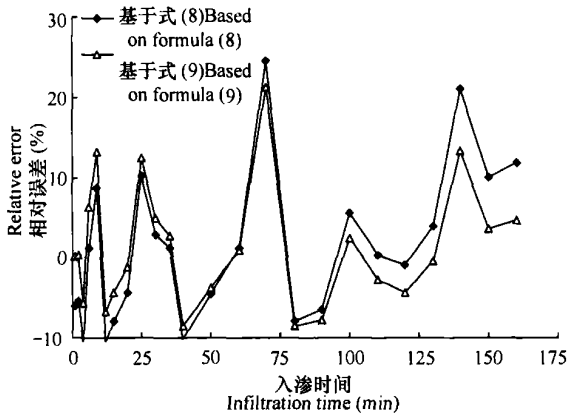


图7 湿润锋计算值相对误差分布

Fig. 7 Distribution of relative error for calculated wetting front

5 讨论

Greer-Ampt 活塞模型中将土壤湿润的和未湿润的区域截然分开, 即含水率的分布呈阶梯状, 湿润区内为饱和含水率 θ_s , 湿润锋前即为初始含水率 θ_i , 在此假设前提下给出了入渗率和累积入渗量的公式, 只能求得概化湿润锋的深度, 而没有涉及实际湿润锋的计算。显然 Greer-Ampt 活塞模型中的基本假设很难符合于实际情况, 湿润区内的平均含水率应低于饱和含水率, 本文用湿润剖面内的平均含水率增量代替了 $\theta_s - \theta_i$, 并通过 Greer-Ampt 入渗模型的分析, 得到了实际湿润锋和概化湿润锋的定量关系, 并提出了利用入渗率与累积入渗量、实际湿润锋倒数之间定量关系来确定湿润锋平均基质吸力 S_f 和表征导水率 K_s 的方法。结果分析表明, 本文所用计算湿润锋平均基质吸力 S_f 和表征导水率 K_s 的方法所得参数值是可信的, 能够用于计算一维垂直积水入渗的特征量。本文只对烟台砂壤土一种土壤进行了研究, 本方法是否具有通用性还有待于进一步的试验研究, 所用数据来自室内实验, 对于野外条件下的入渗过程还有待于进一步的探究。

参考文献

- [1] 雷志栋, 杨诗秀, 谢森传. 土壤水动力学. 北京: 清华大学出版社, 1988. 77~ 80. Lei Z D, Yang S X, Xie S C. Soil Water Hydrodynamics (In Chinese). Beijing: Tsinghua University Press, 1988. 77~ 80
- [2] White I, Sully M J. Macroscopic and microscopic capillary length and time scales from field infiltration. *Water Resour. Res.*, 1987, 23(8): 1514~ 1522
- [3] 王全九, 王文焰, 邵明安. 浑水入渗机制及模拟模型. *农业工程学报*, 1999, 15(1): 135~ 138. Wang Q J, Wang W Y, Shao M A. Mechanism and simulating model for muddy water infiltration (In Chinese). *Transactions of CSAE*, 1999, 15(1): 135~ 138
- [4] Green W H, Ampt G A. Studies on soil physics: 1. Flow of air and water through soils. *J. Agric. Sci.*, 1911, 4(1): 1~ 24
- [5] 王全九, 来剑斌, 李毅. Greer-Ampt 模型与 Philip 入渗模型的对比分析. *农业工程学报*, 2002, 18(2): 13~ 16. Wang Q J, Lai J B, Li Y. Comparison of Greer-Ampt model with Philip infiltration model (In Chinese). *Transactions of CSAE*, 2002, 18(2): 13~ 16
- [6] 汪志荣, 王文焰, 王全九. 浑水波涌灌的入渗机制与 Greer-Ampt 公式. *水利学报*, 1998, 10: 44~ 48. Wang Z R, Wang W Y, Wang Q J. The Greer-Ampt model and infiltration characteristics of surge flow irrigation for muddy water (In Chinese). *Journal of Hydraulic Engineering*, 1998, 10: 44~ 48
- [7] 王红闪, 黄明斌, 董翠云. 用 Philip 模型参数推求湿润锋平均基质吸力 S_f 准确性. *水土保持通报*, 2004, 24(2): 41~ 45. Wang H S, Huang M B, Dong C Y. Validity of average potential suction S_f of wetting front calculated by parameters in Philip infiltration equation (In Chinese). *Bulletin of Soil and Water Conservation*, 2004, 24(2): 41~ 45
- [8] Chu S. Infiltration during an unsteady rain. *Water Resources Research*, 1978, 14(3): 461~ 466
- [9] Bouwer H. Unsaturated flow in ground water hydraulics. *J. Hydraul. Div. Amer. Soc. Civil Eng.*, 1964, 90: 121~ 144
- [10] 王文焰, 汪志荣, 王全九, 等. 黄土中 Greer-Ampt 入渗模型的改进与验证. *水利学报*, 2003, 15(5): 30~ 34. Wang W Y, Wang Z R, Wang Q J, et al. Improvement and evaluation of the Greer-Ampt model in loess soil (In Chinese). *Journal of Hydraulic Engineering*, 2003, 15(5): 30~ 34
- [11] 张光辉, 邵明安. 用土壤物理特性推求 Greer-Ampt 入渗模型中吸力参数 S_f . *土壤学报*, 2000, 37(4): 551~ 557. Zhang G H, Shao M A. Using soil physical properties to determine parameter S_f in Greer-Ampt infiltration model (In Chinese). *Acta Pedologica Sinica*, 2000, 37(4): 551~ 557
- [12] Stone J J, Lane L J, Shirley E D. Infiltration and runoff simulation on a plane. *Transactions of ASAE*, 1992, 35(1): 161~ 170

A SIMPLIFIED SOLUTION TO KEY PARAMETERS S_f AND K_s IN GRAPHICS BASED GREEN AMPT INFILTRATION MODEL

Zhang Zhenhua^{1,2} Xie Hengxing¹ Liu Jilong¹ Cai Huanjie²

(1 College of the Geography and Resource Management, Yantai Normal University, Yantai, Shandong 264025, China)

(2 The Key Laboratory of Agriculture Soil and Water Engineering, Northwestern Science and Technical University
of Agriculture and Forestry, Yangling, Shaanxi 712100, China)

Abstract The Green Ampt infiltration model is extensively applied in many aspects, and a common means used for simulation of rainfall infiltration and stream production on slope. Average potential suction S_f and general saturation water conductivity K_s are key parameters of this model. In this paper the mean water content increment $\Delta\theta(t)$ in wetted zone during ponded infiltration was defined. A ponded infiltration experiment was carried out on brown earth in Yantai, indicating $\Delta\theta(t)$ was a constant of 0.34. The relation between general wetting front and actual wetting front was quantified based on the water balance principle, and methods of determining S_f and K_s were put forward on the basis of the relationships of infiltration rate $i(t)$ with cumulation infiltration $I(t)$ or with actual wetting front Z_f^a in graphic characteristics. Compared with the field data, the calculation of infiltration rate and accumulation infiltration based on graphic characterization of $i(t) \sim I(t)$ and $i(t) \sim Z_f^a$ was relatively high in accuracy with overall relative error being less than 6%.

Key words Green Ampt infiltration model; Average water content increment; Graphic method; S_f ; K_s