

# 有限元模拟土壤孔隙对双针热脉冲法测量比热的影响\*

肖 潇 刘 刚<sup>†</sup> 李保国

(中国农业大学资源与环境学院土壤与水科学系, 北京 100193)

**摘要** 双针热脉冲(DPHP)方法是目前用来测量土壤比热( $c$ )、热导率( $\lambda$ )和温度( $T$ )的重要方法。然而, 很多因素均会导致双针热脉冲法测得的 $\lambda$ 和 $c$ 存在误差, 如土壤孔隙。基于三种不同粒径的石英砂, 通过有限元法(FEM)模拟 DPHP 实验, 分析土壤孔隙对 DPHP 法测量比热的影响, 结果表明:(1) 土壤孔隙导致测得的温度空间分布存在显著的各向异性, 加热针周围 6 mm 处不同方向的比热( $c$ )之间相对误差达到了 23%; (2) DPHP 方法测得的土壤热特性标准差随粒径增大而增大, 这与实际实验观察的结果一致; (3) 土壤孔隙的存在使得 DPHP 法测得的土壤比热被高估, 本模拟中加热针周围 6 mm 处  $c$  值被高估了约 6%。

**关键词** 双针热脉冲法; 比热; 热导率; 有限元; 高估

**中图分类号** S152.8      **文献标识码** A

土壤热特性、温度、含水量等物理参数的动态监测是土壤学研究的一个重要领域。双针热脉冲(Dual probe heat pulse method, DPHP)法是一种已被广泛采用的测量土壤热特性和土壤含水量的方法<sup>[1-2]</sup>。其测量的基本原理是在一个线性热源上施加热脉冲, 然后测量距离热源 6 mm 处的温度变化<sup>[3]</sup>。在进行了深入的研究后, Kluitenberg 等<sup>[4]</sup>、Basinger 等<sup>[5]</sup>、Ham 和 Benson<sup>[6]</sup>曾对 DPHP 方法的测量误差作出理论分析和解释, 但 DPHP 法测量土壤比热偏高的机理却仍不清楚<sup>[2]</sup>。1970 年 Tou-loukia<sup>[7]</sup>测定室温下的干燥石英砂的比热为 740 J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>; Basinger 等<sup>[5]</sup>和 Ochsner 等<sup>[8]</sup>用 DSC(Differential Scanning Calorimeters)法测定土壤比热结果在 740 ~ 840 J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup> 之间; 而 Ren 等<sup>[9]</sup>用 DPHP 法测定的比热在 881 ~ 973 J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup> 之间; Campbell 等<sup>[10]</sup>用 DPHP 法测得的比热在 864 ~ 939 J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup> 之间。可见 DPHP 法测量的土壤比热较实际数值偏大。对此, Ham 和 Benson<sup>[6]</sup>认为温度梯度驱动的水流是比热被高估的原因之一, 而 Song 等<sup>[11]</sup>认为接触热阻才是比热被高估的主要原因, Liu 等<sup>[2]</sup>的分析表明接触热阻确实会产生影响, 但很难从试验中定量获得接触热阻对比热高估的影响。土壤孔隙是导致接触热阻形成的最主要原因是,

但 DPHP 方法的假设是: 所测介质不存在土壤孔隙, 也没有接触热阻。鉴于土壤孔隙形态结构的复杂性和随机性, 目前有关土壤孔隙影响 DPHP 法测量结果的研究非常少。本文采用的有限元方法能模拟孔隙尺度的接触热阻, 有助于认清孔隙对 DPHP 测量结果的影响。

## 1 材料与方法

### 1.1 数学理论

对于热特性随温度变化的均质固体, 热传导方程为<sup>[12]</sup>:

$$\rho c(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \Delta \cdot (\lambda(T) \Delta T) \quad (1)$$

式中,  $c(T)$  为比热 ( $J \text{ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ );  $\rho$  为密度 ( $\text{kg m}^{-3}$ );  $T$  为温度 (K);  $t$  为时间 (s);  $\lambda(T)$  为热导率 ( $\text{W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )。 $c$  和  $\lambda$  满足下式条件:

$$c = \frac{\lambda}{\rho \kappa} \quad (2)$$

式中,  $\kappa$  为热扩散系数,  $\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$ 。由于针的半径  $r_0$  较针长小很多, 因此可以将加热针近似成无限长线源。初始温度为 0°C, 热脉冲的加热时间为  $t_0$ , 距离无限长线源为  $r$  的无限大固体内的温度变化 ( $\Delta T$ ) 满足<sup>[13]</sup>:

\* 国家自然科学基金项目(41071154)资助

† 通讯作者, E-mail: liug@cau.edu.cn

作者简介: 肖 潇(1993—), 女, 从事与土壤物理有关的模拟研究。E-mail: m15201425338@163.com

收稿日期·2013-02-22·收到修改稿日期·2013-08-22

$$\Delta T(r, t) = \begin{cases} \frac{-q'}{4\pi\lambda} Ei\left[\frac{-r^2}{4\kappa t}\right] & 0 < t < t_0 \\ \frac{-q'}{4\pi\lambda} \left\{ Ei\left[\frac{-r^2}{4\kappa(t - t_0)}\right] - Ei\left[\frac{-r^2}{4\kappa t}\right] \right\} & t \geq t_0 \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $q'$  为加热强度,  $\text{J m}^{-1} \text{s}^{-1}$ ;  $-Ei(-x)$  为指数积分函数。当  $r$  和  $q'$  已知,  $\lambda$  和  $\kappa$  可通过相应的温度 - 时间曲线方程[3]进行拟合得到。

## 1.2 有限元模拟

有限元法(FEM)是一种基于变分原理的数值求解方法,可以计算所有能用偏微分方程表示的物理过程。Liu 等<sup>[14]</sup>研究表明有限元法是解决复杂几何体问题的有效方法之一,并且模拟精度非常高。由于考虑了孔隙结构后很难得到方程(1)的解析解,因此本文选用 ANSYS 软件来进行有限元模拟。限于电脑的计算能力,本次模拟设定一个二维平面为研究面,用一个直径为 1.2 mm 的圆模拟平面内的加热针,并假设针与土壤颗粒的接触是理想的(无接触热阻)。本次模拟中,加热丝、热敏电阻和填充的环氧树脂的影响均忽略不计。假设土壤颗粒为球形,用 cubic 的方式(ANSYS 中堆积方式的一种)填充:同一层面,一个颗粒与其他四个颗粒接触,而在过圆心,与层面垂直的方向,上下各有两个球与其接触,如图 1 所示:

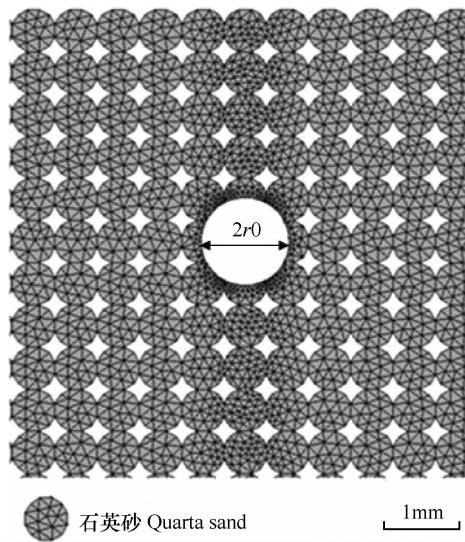


图 1 模拟的石英砂填充图

Fig. 1 Simulated packing of quartz sands

图中不规则三角形网格用于剖分有限元单元格。本次模拟设置了三种石英砂样品:直径  $2r_0$  分别为 0.6 mm、1.2 mm 和 2.0 mm(如表 1 所示),密度均为  $1600 \text{ kg m}^{-3}$ 。设定加热时间  $t_0 = 8 \text{ s}$ , 加热强度  $q' = 100 \text{ W m}^{-1}$ , 模拟过程类似 Liu 和 Si<sup>[15]</sup> 的

做法,其中比热的计算公式如下:

$$c(T) = 2258.16 - 29109.1 \times (273.15 + T)^{-0.5} + 4.6235 \times 10^9 \times (273.15 + T)^{-3} \quad (4)$$

由于文献给出的  $\lambda(T)$  与  $T$  的关系有负相关<sup>[7]</sup>和正相关<sup>[16]</sup>两种,本文用了如下两个方程分别描述  $\lambda(T)$  和  $T$  的关系:  $\lambda(T) = \lambda_0(1 - 0.002755 \times T)$  和  $\lambda(T) = \lambda_0(1 + 0.001887 \times T)$ , 此处  $\lambda_0 = 0.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ,  $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ 。为了验证有限元模拟的准确性,本文首先模拟了用 DPHP 测量热特性不随温度变化的无孔隙固体( $c = 741.6 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ,  $\lambda = 0.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )的热传导过程。用方程(3)拟合得到有限元模拟的  $\lambda$  和  $\kappa$ , 代入方程(2)算出  $c$  值为  $736.2 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ 。可见模拟值与理论值吻合较好,相对误差仅为 0.7%,表明采用的有限元法模拟的结果是可信的。

## 2 结果与讨论

### 2.1 热源周围温度的分布规律

图 2 表示  $t = 10 \text{ s}$  时, 直径为 0.6 mm 的干燥石英砂距离热源 6 mm 范围内的温度变化( $0 < \varphi < 360^\circ$ )。由图可看出:热源周围的温度升高随方位夹角  $\varphi$  变化。因而对于多孔介质, DPHP 靠近热源部分的温度分布是不均匀的,而方程(1)只适用于不存在孔隙的均质固体中的热传导过程。

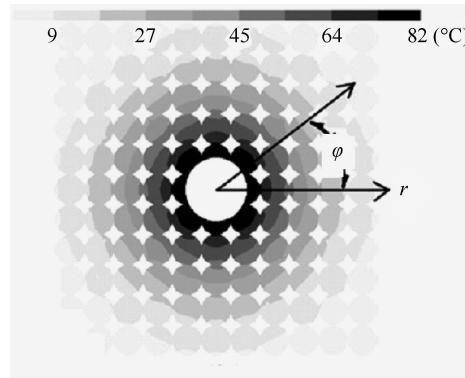


图 2 距离热源 6 mm 范围内温度变化示意图( $t = 10 \text{ s}$ )

Fig. 2 Variation of temperature within the 6 mm radius of the heater at  $t = 10 \text{ s}$

图 3 中的 A、B、C 点分别表示  $t = 53 \text{ s}$  时, 直径为 2.0 mm 的石英砂在距离加热针半径为 6 mm 的

圆上测得的温度变化的最大值、最小值和平均值,其对应的  $c$  值依次为  $914.3, 743.9$  和  $788.4 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , 极差值达  $170.4 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ 。由图 2 和图 3 可知:孔隙的存在使距离热源相同的各点温度变化存在较大差异。因此为了排除各向异性带来的误差,应该多增加重复或者采用多针构型的 DPHP 设备,使 DPHP 测量结果更精确<sup>[17]</sup>。

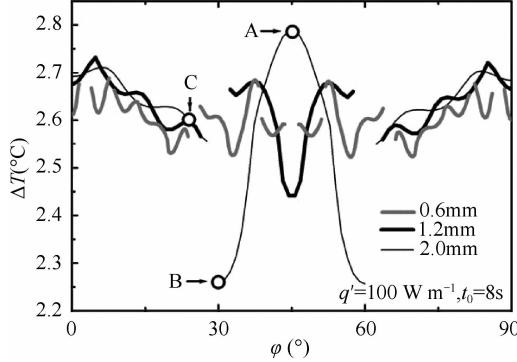


图 3 不同粒径石英砂距离热源 6mm 处  
各点的温度变化( $t=53$  s)

Fig. 3 Variation of temperature in spots 6 mm away from the heater  
as affected by particle size of the quartz sand ( $t=53$  s)

## 2.2 粒径大小的影响

由于针的直径(1.2 mm)和间距(6 mm)相对于土壤粒径而言并非无限大,本文还检验了土壤粒径大小对 DPHP 测量结果的影响:模拟直径分别为 0.6 mm、1.2 mm 和 2 mm 的石英砂在 20 °C 时的 DPHP 试验。所用的热特性参数取自方程(4)及前文提到的正相关、负相关的  $\lambda(T)$  与  $T$  关系式。由于温度增量会随方位夹角  $\varphi$  变化,本文对每次测得的距离热源 6 mm 处所有  $c$  和  $\lambda$  取平均值,得到的具体结果如表 1 所示。

由方程(4)得到以上石英砂的  $c$  值为  $741.6 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ;其中热特性为常数的石英砂  $\lambda$  值为  $0.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ 。与没有孔隙的均质固体样品相比,DPHP 法测定结果显示在三种模拟的石英砂中的  $c$  值均被高估了,相对误差大于 6%。由于模拟的三种样品孔隙形态类似(堆积方式相同),它们的  $c$  均值未出现显著差异。本次模拟结果与 1985 年 Campbell<sup>[18]</sup>得到的结果( $c=800 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )很相近,但较 Campbell 等<sup>[10]</sup>在 1991 年得到的结果和 Ren 等<sup>[9]</sup>在 2003 年得到的结果小。

表 1 不同粒径的石英砂模拟所得比热与热导率的值

Table 1 Simulated  $c$  and  $\lambda$  of quartz sands different in particle size

直径 Diameter (mm)	热特性为常数的石英砂 <sup>1)</sup> Quartz sands with constant thermal properties		$\lambda(T)$ 与 $T$ 呈负相关的石英砂 <sup>2)</sup> quartz sands with negative relationship between $\lambda(T)$ and $T$		$\lambda(T)$ 与 $T$ 呈正相关的石英砂 <sup>3)</sup> quartz sands with positive relationship between $\lambda(T)$ and $T$	
	$c(\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$	$\lambda(\text{W m}^{-1} \text{ K}^{-1})$	$c(\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$	$\lambda(\text{W m}^{-1} \text{ K}^{-1})$	$c(\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$	$\lambda(\text{W m}^{-1} \text{ K}^{-1})$
	0.6	797	0.199	808	0.193	792
1.2	786	0.202	792	0.196	790	0.205
2.0	795	0.203	788	0.193	797	0.206

从图 3 可以明显看出:样品粒径越大,温度上升的幅度也就越大,相应  $c$  值的标准差就越大。这与 Olmanson 和 Ochsner<sup>[19]</sup>用 DPHP 法测得的结论是一致的:粉砂壤土热特性的标准差较石英砂的小。此外,Liu 和 Si<sup>[15]</sup>也曾发现类似结论:在用 DPHP 法测定干燥石英砂的数据中,平均直径为 2.13 mm 的样品  $c$  值标准差大于平均直径为 0.41 mm 的样品的  $c$  值标准差。

## 2.3 孔隙的影响

Liu 和 Si<sup>[15]</sup>曾检验过探针表面涂抹高热导率硅脂、温度依赖的干土热特性以及热源与温度传感器之间由于温度梯度造成的热驱动水流对试验结果的影响。他们的研究显示这三个因素对 DPHP 法测

定比热造成的全部误差不超过 2%。曾有观点认为土壤中水分含量少时,吸附水会导致测得的比热偏高<sup>[20]</sup>。但 Ham 和 Benson<sup>[21]</sup>认为吸附水不是导致 DPHP 法测得的比热偏高的主要因素。本研究发现土壤孔隙对于 DPHP 法测得的干土比热高估的影响远远大于其他因素。

土壤的多孔特性会导致热导率减少,但是对矿物的比热不会造成影响。从现在的研究可以看出, $c$  被高估的原因是 DPHP 法所用的热传导方程(方程(1)和(3))未考虑土壤中孔隙的存在,进而也未考虑接触热阻。因此,方程(1)不能用于精确描述有孔隙的干土中发生的热传导过程。与没有孔隙的固体相比,土壤中存在的孔隙减缓了热量的传导,

导致热扩散系数偏小,从而导致测得的  $c$  被高估。类似的现象也曾出现在气体扩散的有限元模拟中<sup>[14]</sup>:处于真空的土壤热扩散系数总是小于处于空气中的土壤的热扩散系数,且热扩散系数的大小与土壤类型和孔隙度有关。本研究的模拟建立在土壤粒径大小一致,且均为球形的假设之上,现实中的土壤颗粒形状、大小和分布差别非常大,孔隙的形状也会受到植物根系、土壤裂缝以及土壤颗粒之间的松散结合的影响而变化。因此真实的土样会有更高的非均质性,用 DPHP 法测得的比热也会有更大的误差。限于目前计算机的计算能力,本研究仅仅模拟了石英砂中的热传导过程,针对更复杂的野外原状土的模拟有待进一步研究。

### 3 结 论

通过对三种不同粒径的石英砂进行有限元模拟,结果显示:土壤孔隙的存在是 DPHP 法中比热被高估的主要原因。即便假定土壤颗粒具有统一的粒径大小和形状,距离加热针 6mm 处的温度变化依然存在着显著的各向异性。在保持间距不变的情况下,两个不同方向的温度探针测得的比热相对误差最高达 23%。本次模拟用 DPHP 法测  $c$  值平均高估约 6%,但这是建立在孔隙均匀分布的条件之上,真实土壤  $c$  值可能会被高估更多。今后研究会尝试使用实际拍摄的土壤颗粒与针接触的图片进行模拟,从而得到更符合实际的结果。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] 任图生,邵明安,巨兆强,等.利用热脉冲 - 时域反射技术测定土壤水热动态和物理参数 I.原理.土壤学报,2004,41(2): 225—230. Ren T S, Shao M A, Ju Z Q, et al. Measurement of soil physical properties with thermo-time domain reflectometry I . Theory ( In Chinese ). Acta Pedologica Sinica , 2004 , 41 ( 2 ) : 225—230
- [ 2 ] Liu G, Si B C. Single and dual-probe heat pulse probe for determining thermal properties of dry soils. Soil Science Society of America Journal , 2011 , 75 ( 3 ) : 787—794
- [ 3 ] Yang C B, Kluitenberg G, Jones S B. Inverse method for simultaneous determination of soil water flux and thermal properties with a Penta-Needle Heat Pulse Probe. Transport in Porous Media . 2010 , 85 ( 2 ) : 659
- [ 4 ] Kluitenberg G J, Kamai T, Vrugt J A, et al. Effect of probe deflection on dual-probe heat-pulse thermal conductivity measurements . Soil Science Society of America Journal , 2010 , 74 ( 5 ) : 1537—1540
- [ 5 ] Basinger J M, Kluitenberg G J, Ham J M, et al. Laboratory evaluation of the dual-probe heat-pulse method for measuring soil water content. Vadose Zone Journal , 2003 , 2 ( 3 ) : 389—399
- [ 6 ] Ham J M, Benson E J. On the construction and calibration of dual-probe heat capacity sensors. Soil Science Society of America Journal , 2004 , 68 ( 4 ) : 1185—1190
- [ 7 ] Touloukian Y S. Thermophysical properties of matter. New York: IFL/Plenum, 1970 , 396
- [ 8 ] Ochsner T E, Horton R, Ren T . Use of the dual-probe heat-pulse technique to monitor soil water content in the vadose zone. Vadose Zone Journal . 2003 , 2 ( 4 ) : 572—579
- [ 9 ] Ren T , Ochsner T E, Horton R, et al. Heat-pulse method for soil water content measurement: Influence of the specific heat of the soil solids. Soil Science Society of America Journal , 2003 , 67 ( 6 ) : 1631—1634
- [ 10 ] Campbell G S, Calissendorff C, Williams J H. Probe for measuring soil specific-heat using a heat-pulse method. Soil Science Society of America Journal , 1991 , 55 ( 1 ) : 291—293
- [ 11 ] Song Y, Ham J M, Kirkham M B, et al. Measuring soil water content under turfgrass using the dual-probe heat-pulse technique. Journal of the American Society for Horticultural Science , 1998 , 123 ( 5 ) : 937—941
- [ 12 ] Carslaw H S, Jaeger J C. Conduction of heat in solids. 2nd ed. Oxford: Clarendon Press, 1959.
- [ 13 ] Kluitenberg G J, Ham J M, Bristow K L. Error analysis of the heat pulse method for measuring soil volumetric heat capacity. Soil Science Society of America Journal , 1993 , 57 ( 6 ) : 1444—1451
- [ 14 ] Liu G, Li B G, Hu K L , et al. Simulating the gas diffusion coefficient in macropore network images: Influence of soil pore morphology. Soil Science Society of America Journal , 2006 , 70 ( 4 ) : 1252—1261
- [ 15 ] Liu G, Si B C. Errors Analysis of heat pulse probe methods: Experiments and simulations. Soil Science Society of America Journal , 2010 , 74 ( 3 ) : 797—803
- [ 16 ] Tarnawski V R, Momose T, Leong W H, et al. Thermal conductivity of standard sands. Part I. Dry-state conditions. International Journal of Thermophysics . 2009 , 30 ( 3 ) : 949—968
- [ 17 ] 陆森,任图生,杨泱,等.多针热脉冲技术测定土壤热导率误差分析.农业工程学报,2010, 26 ( 6 ) : 20—25. Lu S , Ren T S, Yang Y, et al. Error analysis of multi-needle heat pulse probe for soil thermal conductivity measurement( In Chinese ). Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering , 2010 , 26 ( 6 ) : 20—25
- [ 18 ] Campbell G S, Soil physics with BASIC-transport models for soil-plant systems. Amsterdam: Elsevier, 1985
- [ 19 ] Olmanson O K, Ochsner T E. Comparing ambient temperature effects on heat pulse and time domain reflectometry soil water content measurements. Vadose Zone Journal , 2006 , 5 ( 2 ) : 751—756
- [ 20 ] Phillips N G , Salvucci G D, Pettijohn J C. Comments on "On the construction and calibration of dual-probe heat capacity sensors". Soil Science Society of America Journal , 2005 , 69 ( 5 ) : 1666

- [21] Ham J M, Benson E J. Response to " comments to On the construction and calibration of dual-probe heat capacity sensors". Soil Science Society of America Journal, 2005, 69 ( 5 ): 1666—1667

## FINITE ELEMENT ANALYSIS OF EFFECT OF SOIL PORES ON MEASUREMENT OF SPECIFIC HEAT WITH THE DUAL-PROBE HEAT-PULSE METHOD

Xiao Xiao Liu Gang<sup>†</sup> Li Baoguo

(Department of soil and water, College of Resources and Environment, China Agricultural University, Beijing 100193, China)

**Abstract** The Dual Probe Heat Pulse (DPHP) method is an important method to measure specific heat ( $c$ ), thermal conductivity ( $\lambda$ ) and temperature ( $T$ ) of soil. However, there are a number of factors that may cause errors in measurement of both  $\lambda$  and  $c$  using DPHP, such as soil pores. With finite element method (FEM) simulating DPHP experiments, three kinds of quartz sands which different in particle size were used to analyze the effect of soil pores on measurement of specific heat with the DPHP method, and the result shows that (1) soil pores caused significant anisotropy of spatial distribution of measured temperatures and led to a relative difference, reaching as high as 23% in  $c$  measured between different spots 6mm away from the heater in different directions; (2) the standard deviation of the measurement of the soil thermal properties with DPHP increased with the increasing particle size, which was consistent with the observation during the experiments; and (3) the existence of soil pores led to overestimation of  $c$  when the DPHP method was used. In this simulation, the specific heat measured at 6 mm away from the heater was overestimated by about 6%.

**Key words** The Dual Probe Heat Pulse method; Specific heat; Thermal conductivity; Finite element method; Overestimation

(责任编辑:檀满枝)